PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 3 — 1. Februar 1929 — Redaktionsschluß für Nr. 4/5 am 20. Februar 1929. — 30. Jahrgang

INHALT:

Vorträge und Diskussionen von der 90. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Hamburg vom 16.—22. September 1928.

F. Rother und E. Münder, Experimentelles über den Elektronenaustritt aus Metallen. S. 65.

Originalmitteilungen:

R. G. Loyarte und A. T. Williams, Die Absorptionsspektren der Dämpfe des Zinns, Silbers und Mangans zwischen 5500 und 2140 Angströmeinheiten. S. 68.

I. Runge, Die Unterschiedsschwelle des Auges bei kleinen Sehwinkeln. S. 76.

H. Lorenz, Der Energieumsatz divergenter Ströme. S. 77.

J. Schmekel, Der Einfluß des Wärmeübergangs auf die Glimmentladung. S. 81.

V. Pospíšil, Ableitung der Einsteinschen Formeln für die Brownsche Bewegung aus Impulsen der Molekülstöße. S. 82.

P. Debye, L. Bewilogua und F. Ehrhardt, Zerstreuung von Röntgenstrahlen an einzelnen Molekeln. S. 84.

G. Jaffé und E. Fischer, Die Beugung am ebenen, unendlich gut leitenden Gitter. S. 87.

Besprechungen:

Forschungshefte d. Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen. Sonderheft: D. Gabor, Kathodenoszillograph. S. 94.

J. Peters, Sechsstellige Tafel der trigonometrischen Funktionen. S. 94.

O. Sackur, Lehrbuch der Thermochemie und Thermodynamik. 2. Aufl. S. 94.

N. V. Sidgwick, The Electronic Theory of Valency. S. 95.

F. Neumann, Gesammelte Werke. S. 95.

Berichtigung. S. 96.

Tagesereignisse. S. 96.

Personalien. S. 96.

Angebote. S. 96.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 90. VERSAMMLUNG DEUTSCHER NATURFORSCHER UND ÄRZTE IN HAMBURG VOM 16.—22. SEPTEMBER 1928.

Franz Rother und Egon Münder (Leipzig), Experimentelles über den Elektronenaustritt aus Metallen. (Vorläufige Mitteilung.)

In einer Arbeit über den Elektronenaustritt aus Metallen unter Einwirkung hoher Felder haben R. A. Millikan und C. F. Eyring[1]) gezeigt, daß diese autoelektronische Emission der Kathode bis etwa 1100° K. unabhängig von der Temperatur ist. Auch von B. S. Gossling[2]) wurde schon darauf hingewiesen, daß der Temperatureinfluß bis etwa 1700° K. klein und zu vernachlässigen sei.

Hinsichtlich der unter dem Einfluß hoher Felder erhaltenen Entladungscharakteristik bestanden nun zwischen Millikan und Gossling Unterschiede dahingehend, daß bei Millikan immer derselbe Charakter der Kurven auftrat, während Gossling sprunghafte Veränderungen der Entladungskurven nachweisen konnte. Trägt man die Ergebnisse von Millikan und Eyring so auf, daß der log des Stromes i als Funktion der Wurzel aus dem Spannungsgradienten dargestellt wird, so ergibt sich eine Kurve, deren konkave Seite der Spannungsachse zugekehrt und die für verschiedene Strombereiche verschieden stark gekrümmt ist. Im Gegensatz dazu ergibt sich aus der Theorie von W. Schottky[3]) daß die gleiche Darstellung eine Gerade ergeben müßte, sofern die benutzten Felder nicht allzu hohe werden.

Die Verfasser hatten nun Gelegenheit, im Zusammenhang mit anderen Untersuchungen, über die später berichtet werden wird, die von den obengenannten Autoren angestellten Versuche zu wiederholen. Dabei zeigte sich, daß bei gleicher Versuchsanordnung in allen Fällen eine Gerade erhalten wurde, im Gegensatz zu Millikan und Eyring. Die entsprechende Darstellung der Gosslingschen Ergebnisse ergibt ebenfalls Gerade, die jedoch aus einzelnen Teilen mit verschiedener Neigung zusammengesetzt sind, entsprechend den oben erwähnten sprunghaften Änderungen der Entladung.

Die Versuchsanordnung der Verfasser war ähnlich der von Millikan und Eyring benutzten.

1) R. A. Millikan und C. F. Eyring, Phys. Rev. **27**, 51, 1926.

2) B. S. Gossling, Res. St. of the Gen. El. Co., Phil. Mag. **1**, 609, 1926.

3) W. Schottky, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik **12**, 147, 1915; Zeitschr. f. Phys. **14**, 80, 1923.

Ein Draht war in der Achse eines metallischen Hohlzylinders ausgespannt, Zylinder und Draht konnten in einem mit besten Mitteln hergestellten Hochvakuum völlig entgast werden. Es befanden sich keine Metallteile im Versuchsrohr, welche der Entgasung nicht zugänglich gewesen wären.

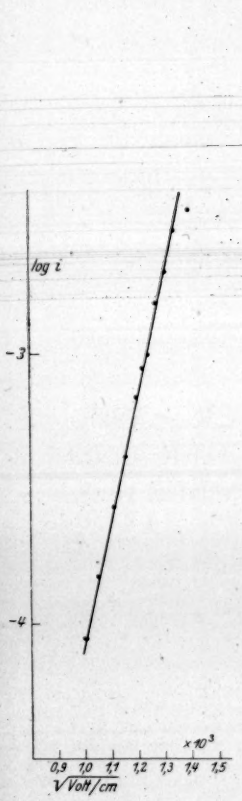

Fig. 1.

Fig. 2.

Die benutzten Metallzylinder bestanden aus Tantalblech von 0,1 mm Wandstärke im Gegensatz zu Millikan, der zu diesem Zweck Kupfer benutzte. Die Kathodendrähte hatten ebenfalls im Gegensatz zu Millikan größere Durchmesser, nämlich 0,05 und 0,15 mm (bei Millikan 0,0123 mm). Der Durchmesser des Hohlzylinders betrug bei Millikan 1,625 cm, bei den Verfassern 1,5 cm und 2 cm, die Zylinderlänge 4 cm, bei Millikan nicht angegeben. Gemessen wurde sowohl bei laufenden Pumpen als auch an abgeschmolzenen Rohren. Unterschiede wurden innerhalb der hier darzustellenden Bereiche nicht bemerkt. Für die Messungen stand zur Verfügung Gleichstrom bis 17000 Volt (drei Hochspannungsgleichstromdynamos), die höheren Werte wurden mit einem Halbwellenapparat gemessen.

Nachstehend seien zwei Meßergebnisse dargestellt, die durchweg mit dem Halbwellenapparat gemessen sind. Für die benutzten Zylinderdurchmesser von 1,5 cm und 2 cm und die beiden Drahtdurchmesser von 0,05 und 0,15 mm ergeben sich die diesbezüglichen Spannungsgradienten am Kathodendraht, wenn man die an das Versuchsrohr angelegte Spannung mit den Faktoren 70,1 bzw. 28,95 multipliziert. Die Ordinaten geben die Effektivwerte der Ströme, während die Abszissen die Felder anzeigen, errechnet aus den Scheitelwerten der Spannungen.

Die Spannungsmessung erfolgte durch ein dem Entladungsrohr parallel gelegtes hochempfindliches Drehspulinstrument mit entsprechendem hochohmigen Vorschaltwiderstand[4]).

Für die Diskussion der zu vergleichenden Meßergebnisse erscheinen zwei Punkte als wesentlich.

Schottky (l. c.) gelangte durch seine Theorie betreffs der Vergrößerung des Sättigungsstromes durch angelegte Felder zu einer Proportionalität zwischen log i und Wurzel F (i bedeutet den Strom und F das Feld), während Fowler und Nordheim[5]) durch Annahme eines entarteten Metallelektronengases mit Hilfe quantenmechanischer Ansätze zu einer Proportionalität zwischen log i und $\frac{1}{F}$ gelangen. Im Zusammenhang damit muß jedoch darauf hingewiesen werden, daß bei entsprechender Wahl des Darstellungsmaßstabes erreicht werden kann, daß die graphische Wiedergabe der Werte log i proportional Wurzel F und derjenigen von log i proportional $\frac{1}{F}$ recht ähnlich werden kann, wenn man von der verschiedenen Neigung der Kurvenzüge absieht. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, daß die in Frage stehenden Messungen mehrere Zehnerpotenzen des Stromes zweckmäßig umfassen müssen.

In diesem Zusammenhang sei darauf verwiesen, wie genau sich die Meßpunkte in Fig. 1 u. 2 zu einer Geraden fügen. Die diesbezüglichen Messungen wurden an über 30 verschiedenen Ver-

4) A. Karolus, Ann. d. Phys. **72**, 595, 1923; F. Rother, Verh. d. Deutsch. Röntgenges. XV. 37, 1924.

5) R. H. Fowler und L. Nordheim, Proc. of the Royal Soc. A. Vol. **119**, 173, 1928.

suchsrohren auf weit über hundert Kurvendarstellungen wiedergegeben und ergaben stets mit gleicher Genauigkeit die Gerade. Es sei weiter darauf verwiesen, daß der in den in Fig. 1 u. 2 dargestellten Charakteristiken wiedergegebene Feldbereich gerade dem Bereich größter Krümmung bei der Millikanschen Kurve (l. c.) entspricht und noch darüber hinausgeht. Die von Gossling (l. c.) erhaltenen Kurven können hier nicht zum unmittelbaren Vergleich herangezogen werden, da sie für andere Elektrodenformen gelten, die aus früher angeführten Gründen nur unter besonderen Umständen als beherrschbar erscheinen[6]). Innerhalb ungestörter Versuchsbedingungen zeigen diese Messungen jedoch, wie Eingangs erwähnt, ebenfalls die Gerade im Sinne von Schottky (l. c.).

Der zweite für die Diskussion der Erscheinungen wichtige Punkt bezieht sich auf das benutzte Material. Es erscheint wesentlich, darauf hinzuweisen, daß in der Arbeit von Millikan und Eyring (l. c.) nur in der Überschrift zum Ausdruck kommt, daß mit thoriertem Wolfram als Kathode gearbeitet wurde. Die früher von einem von uns[6]) ausgeführten Versuche mit Elektrodenformen ähnlich denen von Gossling (l. c.) benutzten zeigen, daß erst bei Feldern, die denen von der Schottkyschen Theorie geforderten nahe kommen (l. c.), Ströme von der Größenordnung 10^{-8} bis 10^{-10} Amp. erzielt werden, sofern man im Hochvakuum völlig entgaste reine Metalle benutzt.

Bei gleichen Feldern sind aber die von Millikan erzielten Ströme wesentlich größer. Die Verfasser führten deshalb im Sinne der Millikanschen Versuchsanordnung vergleichende Versuche aus bei denen einmal thoriumfreier Tantaldraht das andere Mal wie bei Millikan, thorierter Wolfram- bzw. Molybdändraht von den oben angegebenen Durchmessern benutzt wurde. Die Ergebnisse gingen dahin, daß bei Benutzung von Tantaldraht und Tantalzylinder erst bei Feldern, wie sie der eine von uns[6]) als für reine Metalle als notwendig festgestellt hatte, Ströme von den früher[6]) festgestellten Größenordnungen zu erhalten waren, sofern die Drahtoberfläche spitzenfrei war. Für thorierte Drähte wurden die oben wiedergegebenen Stromwerte (Fig. 1 u. 2) die denen von Millikan ähnlich sind, erhalten. Die Feldstärken, wie sie früher[6]) mit im Hochvakuum geschmolzenen und polierten Elektroden erhalten wurden, scheinen bei gezogenen Drähten nur unter ganz besonderen Umständen erreichbar zu sein.

Für gewöhnlich wird ein nicht vorbehandelter Draht mikroskopische Spitzen erhalten, wie dieselben in ihrer Auswirkung auch von Millikan (l. c.) beobachtet worden sind. Im Innern seines Kupferzylinders wurden blaue Leuchtpünktchen beobachtet, welche die Auftreffpunkte von Kathodenstrahlen, die von einer Spitze ausgehen, sind. Sie sind identisch mit dem von Lilienfeld[6])[7]) zuerst beobachteten blaugrauen Brennflecklicht. An den von den Verfassern benutzten dünnwandigen Tantalzylindern konnte wegen der schlechteren Wärmeleitung gegenüber dem Millikanschen Kupferzylinder nun beobachtet werden, daß von einem Draht mit Spitzen oder lockerem Oberflächengefüge ausgehende Elektronenbüschel an der Stelle der im Innern des Zylinders auftretenden blauen Punkte eine von außen momentan erkennbare, willkürlich bis zur Weißglut zu steigernde, lokale Erhitzung des dünnen Anodenzylinders auftrat. Diese Erscheinung blieb an derselben Stelle nur wenige Sekunden aufrechterhalten, um in ständigem, kaleidoskopartigem Wechsel ununterbrochen zu verschwinden und an anderer Stelle der Zylinderoberfläche wieder neu in Erscheinung zu treten.

Wird mit Kathodendrähten gearbeitet, an denen durch das Feld oder durch ungeeignete Beschaffenheit, solche Spitzen in Erscheinung treten können, so dürften hierdurch die Messungen stark entstellt werden. Die Verfasser konnten erreichen, spitzenfreie Drähte zu erzeugen, die völlig reproduzierbare Werte zu erreichen gestatten.

Da Millikan und Eyring mit thoriertem Wolframdraht gemessen haben, so interessieren hier nur Vergleiche mit ähnlichem Material. Fig. 1 zeigt die Meßreihe mit einem Wolframdraht mit etwa 1 Proz. Thoriumoxyd, Fig. 2 eine solche mit Molybdändraht mit 2,3 Proz. Thoriumoxyd. Im ersten Fall wurde infolge der vorhergehenden Glühbehandlungen des Drahtes mit einer molekularen Thoriumschicht gearbeitet, im zweiten Fall zeigt der Draht schon bei Rotglutbehandlung dfe Eigenschaften des Thoriums[8]). Diese Unterschiede wirken sich nun hinsichtlich der Oberfläche aus. Geht man beim thorierten Wolframdraht zu hohen Feldern, so tritt von einem kritischen Feld ab Loßreißung der molekularen Thoriumschicht und damit Entstellung der Entladungscharakteristik ein. Der höchste Punkt in Fig. 1 zeigt dies abweichende Verhalten. Von hier ab noch höher gehend ist kein regelmäßiger Kurvenzug mehr zu erhalten. Anders in Fig. 2. Bei dem hier in Frage kommenden Material können regelmäßige Kurvenzüge unter Benutzung der beschriebenen Zylinderanordnung bis zu Feldern von 4—5 Millionen Volt/cm ge-

6) F. Rother, Ann. d. Phys. IV **81**, 317, 1926.

7) J. E. Lilienfeld und F. Rother, Physik. Zeitschr. **21**, 249, 1920.

8) A. Gehrts, Helios XXXIII, 471, 1927.

messen werden. Über diese Untersuchungen wird später berichtet werden. Es ist anzunehmen, daß infolge der vorhergehenden Glühbehandlung der Kathodendraht bei Millikan und Eyring eine molekulare Thoriumschicht besessen hat. Wird diese aktive Schicht teilweise durch hohe Felder losgerissen, so wird für hohe Spannungen die Stromstärke entsprechend abnehmen ohne daß unter Umständen allzu große Störungen durch Spitzenwirkungen auftreten. Es wäre dies eine mögliche Deutung für die Unterschiede der Meßergebnisse von Millikan und Eyring und den Verfassern. Ein unmittelbarer Vergleich der Meßwerte ist leider nicht möglich, da bei Millikan die Zylinder- und somit die wirksame Kathodendrahtlänge nicht mitgeteilt ist. Auf die technischen Einzelheiten dieser Versuche wird an anderer Stelle eingegangen werden.

Die mitgeteilten Meßergebnisse sind bei Zimmertemperatur aufgenommen.

Diskussion.

Herr Rothe, Steglitz: Im Gegensatz zu den Millikanschen Beobachtungen über eine Temperaturunabhängigkeit der erzwungenen Elektronenentladungen stehen die Versuche der Gen. El. Co., die wenigstens bei nicht zu hohen Feldstärken eine ganz im Sinne der Schottkyschen Theorie liegende Temperaturabhängigkeit zeigen.

Herr Rother, Leipzig: So weit mir im Augenblick erinnerlich, stellt Herr Gossling — und diese Arbeit meint wohl Herr Rothe — sogar noch über einen umfassenderen Temperaturbereich als Millikan Temperaturunabhängigkeit fest, ungefähr bis 1700° K. Die Unterschiede beziehen sich nur auf die Kurvenform im Zusammenhang mit der Schottkyschen Theorie.

Herr Nordheim, Cambridge: Theoretische Erwägungen, die in unserem Vortrage gebracht werden sollen, scheinen mehr zugunsten der Millikanschen Ergebnisse hinsichtlich der kalten Elektronenentladung zu sprechen.

Nachtrag.

Die Messungen sind inzwischen für etwas veränderte Anordnungen über Bereiche von 5 Zehnerpotenzen des Stromes ausgeführt worden. Unter Berücksichtigung der Glaskriechströme (wie dies auch bei den oben mitgeteilten Werten geschah) ergaben sich auch hier in aller Strenge im Sinne der Schottkyschen Theorie Gerade.

Leipzig, im September 1928. Physikalisches Institut d. Universität.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Absorptionsspektren der Dämpfe des Zinns, Silbers und Mangans zwischen 5500 und 2140 Angströmeinheiten.

Von R. G. Loyarte und A. T. Williams.

1. Einleitung.

Die vorliegende Untersuchung bildet die Fortsetzung unserer bereits in einer früheren Arbeit — Das Absorptionsspektrum der Dämpfe des Thalliums — dargelegten Prinzipien und bildet auch die Fortsetzung zu dieser in systematischer Hinsicht.

Wir haben die Absorptionsspektren von Elementen verschiedener Kolonnen des Periodischen Systems der Elemente (1^a, 4^a und 7^a), beobachtet und behalten uns vor, mit der Beobachtung von Elementen fortzufahren, die den übrigen Kolonnen und Gruppen angehören, zumal wir bereits eine Apparatur zusammengestellt haben, die gestattet eine absolute Temperatur von 2500 Grad zu erreichen.

2. Die Versuchsanordnung.

1. Lichtquellen. Außer dem Funken des Wolframs unter Wasser, den wir in unserer früheren Arbeit über die Absorption des Thalliumdampfes (1) benutzten, verwendeten wir das kontinuierliche Spektrum des Wasserstoffs, welches nach Gehrcke und Lau (2) frei von jeglicher Struktur zwischen 3300 und 1950 Å.-E ist.

Zu diesem Zwecke konstruierten wir nach den Angaben von Bay und Steiner (3) eine Röhre, die in Fig. 1 wiedergegeben ist. Sie unterscheidet sich in verschiedenen Einzelheiten von derjenigen, die von den bereits zitierten Autoren verwandt wurde. Die innere Röhre *C* war nicht aus auf der Innenfläche versilbertem Porzellan hergestellt, sondern vielmehr aus Milch-Quarz von 8 Millimeter Durchmesser und 60 Zentimeter Länge.

Diese Röhre wurde von zwei Metallstücken aus Aluminium, *S*, gestützt, die ihrerseits von einer Röhre aus Glas *V* getragen wurden. Der zwischen dieser und der Quarzröhre befindliche

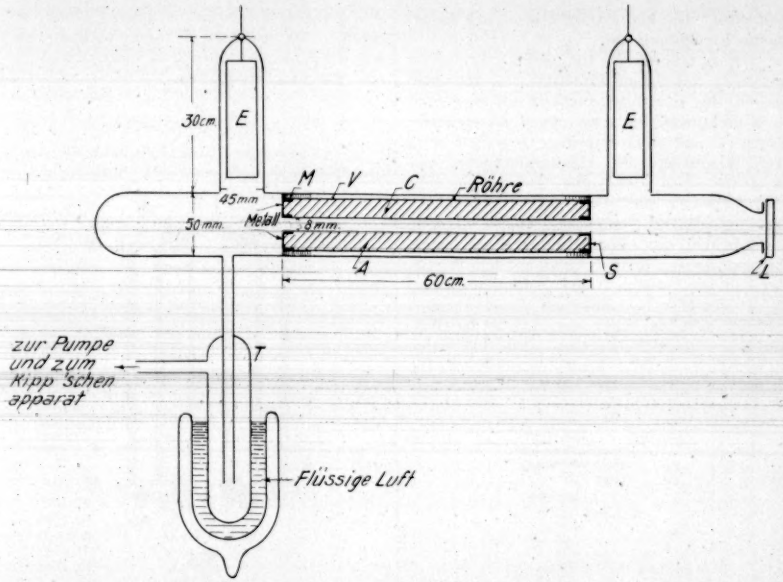

Fig. 1.

Raum wurde mit Glaswolle gefüllt. Das so hergestellte System wurde in die äußere Röhre eingeführt und wie aus der Figur ersichtlich, darin befestigt. Bänder aus Glimmer, *M*, die einen leichten Druck aushalten, wurden um die Enden des Glasrohres gewickelt, so daß Glas und Quarzröhren fest in der äußeren Röhre saßen. So vermeidet man auch, daß die Metallstücke *S* die äußere Röhre berühren, und damit ein Platzen der Röhre, was bei der Erwärmung während des Durchganges des Stromes durch das Gas sonst unvermeidlich wäre.

Die Elektroden *E* sind aus Aluminium von je 176 Quadratzentimeter Oberfläche.

Die mit reinstem Wasserstoff gefüllte Röhre wurde auf einem Drucke von ungefähr einem Millimeter gehalten. Unter diesen Umständen kann man vermittels eines Wechselstromes von 6000 Volt Spannung, der mit Hilfe eines statischen Transformators von 6 Kilowatt hergestellt wurde, ohne weiteres einen Strom von 0,5 Ampere und mehr durch das Gas in der Röhre schicken. Wir arbeiteten immer mit 0,5 Ampere, da dabei die Gassäule innerhalb der Quarzröhre sehr stark leuchtet, ohne daß eine übermäßige Erwärmung einträte. Die Röhre kann so ununterbrochen während 15 Minuten funktionieren, ohne irgendwelche Gefahr der Zerstörung. Die Erwärmung, die das Funktionieren der Röhre selbst hervorruft, verursacht ein Loslösen von Gasen, die auf der Oberfläche adsorbiert sind. Nach verschiedenen Waschungen mit Wasserstoff verschwinden die Banden, die bei den ersten Spektren erscheinen und sicherlich von Kohlensäure und Wasserdampf herrühren.

Der Wasserstoff wurde in einem Kippschen Apparat hergestellt unter Verwendung von Zink und reinster Salzsäure. Zur Reinigung mußte der Wasserstoff folgende Lösungen passieren: $KMnO_4$ (zwei prozentig), $HgCl_2$ (zwei prozentig), $K(OH)$ (zehn prozentig) und destilliertes Wasser. Um den Wasserdampf vollständig zu eliminieren, wurde der Glasrezipient *T*, der mit der Anregungsröhre in Verbindung stand, in flüssige Luft getaucht.

2. Erwärmungssystem. Der von uns verwendete Ofen ist derjenige von Ruer-Bloch, die sogenannte Kurzschluß Type, mit Kohlenwiderstand, der von Fonseca (4) gelegentlich seiner Untersuchung über die magnetischen Eigenschaften der Legierungen beschrieben wurde. Wir halten es für vorteilhaft die Konstruktion der Heizeinrichtung wegen einiger für unsere Zwecke notwendiger Änderungen kurz zu be-

schreiben. Die Fig. 2 stellt schematisch die gesamte Einrichtung dar.

Der Stromkreis ist kompliziert. Er besteht einerseits aus einem Primärkreis 1, innerhalb dessen die elektromotorische Kraft aus einer 6 Kilowattmaschine nach einem Autotransformator T und einer Impedanz I geleitet wird. Die Windungen des Autotransformators umschließen einen Eisenkern. Autotransformator und Impedanz sind, um starke Erwärmungen zu vermeiden, in Petroleum getaucht. Andrerseits besteht der Gesamtstromkreis aus einem Sekundärkreis 2, der galvanisch mit dem Primärkreis in den Punkten P und Q des Transformators verbunden ist. Zwischen diesen Punkten befindet sich die Hälfte der Anzahl der Windungen. Der Sekundärkreis wird durch eine durchbohrte Reflektorkohle geschlossen. Die Kohle ist so durchbohrt, daß eine Röhre von

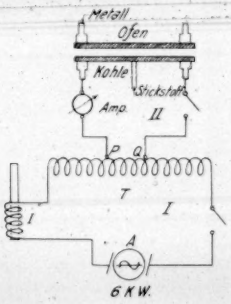

Fig. 2.

15 cm Länge und 33 mm Durchmesser entsteht, die den Ofen bildet. Durch Variieren der Impedanz I ist es möglich im Primärkreis bei 40 Volt Spannung einen Strom von 150 Ampere zu erhalten. Überlegt man, daß sich zwischen den Punkten P und Q nur die Hälfte der verfügbaren Windungen befindet, so ist es klar, daß man leicht zu Strömen bis 300 Ampere gelangen kann. Wenn die Wandung der durchbohrten Kohle nur dünn ist, bildet sich auf diese Weise eine außerordentlich hohe Temperatur.

Aus der Fig. 3 sind die Konstruktionseinzelheiten des Ofens ersichtlich. Der Raum C ist mit vegetabiler Kohle gefüllt, der Raum R mit Magnesia. M sind Messingteile, zur Sicherung guter Kontakte mit der Elektrizitätsquelle, V ist ein Tonrohr, wie es bei Elementen Verwendung findet, und zwar auf beiden Seiten offen. T schließlich ist ein Rohr aus gebranntem Lehm.

3. Spektrographen. Wegen der zu beobachtenden Region des Spektrums haben wir den Hilgerschen Spektrographen, Modell $E/4$ benutzt. Die benutzten photographischen Platten waren Schumann-Platten und Ilford Rapid Process Panchromatic-Platten.

3. Experimentelles.

1. Allgemeines. Die Resultate, die wir in den Tabellen I, II und III zusammenfassen

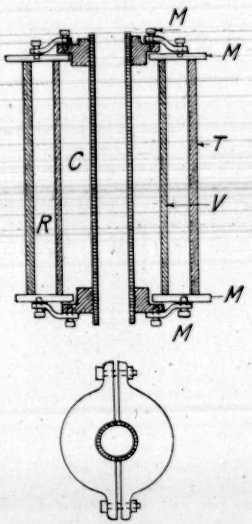

Fig. 3.

(Absorptionsspektren der Dämpfe des Zinns, Mangans und Silbers) entsprechen Beobachtungen, die bei verschiedenen Temperaturen des Ofens gemacht wurden, und die zwischen 1200 und 2200 Grad liegen. Gemessen wurden die Temperaturen mit Hilfe eines optischen Pyrometers. Die Temperatur ist nicht nur Funktion der Amperezahl, die in der Kohle fließt, sondern auch des Widerstandes bezogen auf das Gesetz von Joule.

Aus diesen Gründen muß bedacht werden, daß die Dicke der Wände des Kohlerohres sich durch den Gebrauch vermindert, was folglich eine Erhöhung des Widerstandes mit sich bringt und demnach auch eine Erhöhung der Temperatur. Aus diesem Grunde wurden für jedes beobachtete Element eine Serie von Absorptionsspektren seiner Dämpfe hergestellt, wobei für die verschiedenen Aufnahmen einer Serie die Temperatur des Ofens variiert und entsprechend in gleichem oder umgekehrtem Sinne die Ex-

positionszeiten geändert wurden. Durch Vergleich der zu einer Serie gehörigen Platten wurden die für die Untersuchung bestimmter Gebiete der Spektren günstigsten Bedingungen ausgesucht. Die in den Fig. 4, 5, 6 und 7 (auf Tafel I) wiedergegebenen Spektrogramme sind in dieser Hinsicht illustrativ.

2. Zinn. Das Absorptionsspektrum der Zinndämpfe ist von Grotrian (5) untersucht worden, der eine Quarzröhre von 15 cm Länge verwandte

Tabelle I.

λ I. A.	ν in Vakuum	Serie	I	Beobachter			
				Grot.	McL.	Zumst.	L. u. W.
4077,73	24516,5	I	1				f?
3330,60	30016,0	$2p^1D'_2 - 3s^3P'_1$	6			f	f
3262,34	30644,1	$2p^1D'_2 - 3s^1P'_1$	5 R			f	f
3175,04	31486,6	$2p^3P_2 - 3s^3P'_1$	5 R		+	S	m
3034,12	32949,0	II	6 R		+	S	S
3009,14	33222,5	$2p^3P_1 - 3s^3P'_1$	6 R	+ ×	+	S	S
2863,32	34914,3	$2p^3P_0 - 3s^3P'_1$	6 R	+ ×	+	S	S
2850,62	35069,8	$2p^1D'_2 - 3d^3D_2$	4 R			f	m
2839,99	35201,1	$2p^3P_2 - 3s^3P'_2$	8 R		+	S	m
2813,58	35531,1	$2p^1D'_2 - 3d^3F'_2$	3 R			f	f?
2812,57	35544,3	$2p^1S'_0 - X_1$	3				f?
2790,19	35829,4		2				vf
2785,03	35896,2	$2p^1D'_2 - 3d^3D_1$	3 R			f	vf?
2779,81	35963,0	$2p^1D'_2 - 3d^3F'_2$	4 R			f	f
2706,50	36937,1	$2p^3P_1 - 3s^1P'_2$	7 R	+ ×	+	S	S[1]
2661,25	37565,2	$2p^3P_1 - 3s^1P'_1$	4 R			S	m
2621,70	38132,0	$2p^1S'_0 - 5d^3P'_2$					vf?
2620,60	38148,0						vf?
2614,18	38241,6		1				f
2594,43	38532,6	$2p^1D'_2 - 3d^1D_2$	4 R			f	f
2571,60	38874,7	$2p^1D'_2 - 3d^3D_3$	5 R			f	vf?
2546,55	39257,0	$2p^3P_0 - 3s^1P'_1$	5 R		+	S	S
2523,91	39609,1	$2p^1D'_2 - 4s^3P'_1$	3 R			f	f
2510,90	39815,0						f?
2495,72	40056,5	$2p^1D'_2 - 3d^3P'_2$	5 R			f	f
2491,71	40121,0	$2p^1S'_0 - 6d^3D_3$	2 r				vf?
2483,39	40255,4	$2p^3P_2 - 3d^3D_2$	5 R	×	+	S	m
2455,25	40716,7	$2p^3P_2 - 3d^3F'_2$	3			f	vf?
2433,47	41181,0		2				vf?
2429,49	41148,4	$2p^3P_2 - 3d^3F'_3$	6 R			S	m
2421,69	41280,9	$2p^1D'_2 - 3d^1F'_3$	6 R			f	f
2408,14	41513,1	$2p^1D'_2 - 3d^1P'_1$	4 R			f	f
2380,74	41990,9	$2p^3P_1 - 3d^3D_2$	3 R			m	f
2368,22	42212,9		1				vf
2354,84	42452,7	$2p^3P_1 - 3d^3F'_2$	6 R		+	S	S
2334,80	42817,1	$2p^3P_1 - 3d^3D_1$	5 R		+	S	S
2317,21	43142,1	$2p^1D'_2 - 4d^3F'_3$	6 R			f	f
2286,65	43718,5	$2p^3P_2 - 3d^1D_2$	4 R			m	f
2282,22	43803,3	$2p^1D'_2 - 4s^3P'_2$	3				vf
2268,90	44060,5	$2p^3P_2 - 3d^3D_2$	6 R			S	S
2267,16	44094,4	$2p^1D'_2 - X_1$	4 R			f	f
2251,12	44408,9	$2p^1D'_2 - 4d^3P'_2$	4 R			f	f?
2246,02	44509,7	$2p^3P_0 - 3d^3D_1$	6 R		+	S	S
2231,68	44795,3	$2p^3P_2 - 4s^3P'_1$	4 R		+	m	m
2209,60	45242,9	$2p^3P_2 - 3d^1D_2$	6 R	×	+	m	m
2199,29	45454,9	$2p^3P_1 - 3d^1D_2$	6 R		+	S	S
2194,42	45555,8	$2p^3P_2 - 3d^3P'_1$	5 R		+	m	m
2171,21	46042,8	$2p^1D'_2 - 5d^3F'_3$	3 R	×	+		vf
2166,72	46137,4		1 R				m
2151,37	46467,3	$2p^3P_2 - 3d^1F'_3$	3 R			f	f
2148,71	46524,8	$2p^1D'_2 - X_3$	3 R			f	f
2148,44	46530,6	$2p^3P_1 - 4s^3P'_1$	3 R				f
2147,81	46544,3	$2p^1D'_2 - X_4$	1 R				vf?
2141,34	46648,9	$2p^1D'_2 - 5d^3P'_2$	2 R				vf?
2140,65	46700,0	$2p^3P_2 - 3d^1P'_1$	2 R				f?

1) Einzige von Narayan und Rao beobachtete Linie.

Tabelle II.

λ I. A.	ν in Vakuum	Serie	I	Beobachter			
				Grot.	Mc L.	Zumst.	L. u. W.
5432,56	18402,45	$s^6S - p^6P$	6		m	1	vf
5394,67	18531,65		7		m	1	vf
4034,49	24779,31	$s^6S - p^6P$	8 R	+	S	6	S
4033,07	24788,01		8 R	+	S	6	S
4030,76	24802,23		6 R	+	S	6	S
3224,71	31001,10	$s^6S - p^4P$	4		m	2	f
3216,95	31076,36		3		m	2	f
2801,08	35690,07	$s^6S - p^6P$	6 R	+	S	10	S
2798,73	35725,82		6 R	+	S	10	S
2794,82	35769,94		6 R	+	S	10	S
2384,04	41932,60	$s^6S - d^6D'$	2		m	2	f
2377,12	42054,70				m	2	f
2372,12	42143,40		1		m	2	f
2296,86	43524,20	$s^6S - d^6F$	3		f	3	f
2293,10	43595,60				vf		vf?
2290,50	43645,10				vf		
2274,40	43954,00	$s^6S - ?$			m		m
2221,80	44944,60	$s^6S - d^6P$			S	9	S
2213,80	45157,10				S	9	S
2208,73	45260,80				S	8	S
2184,84	45755,50	$s^6S - d^4D'$			m	1	f
2174,09	45981,60	$s^6S - p^6P$			1)	1	f
2173,16	46001,30				m	1	f

1) Linie, die nach Mc Lennan und Mc Lay vom Aluminium herrührt.

und bis zu Temperaturen von 1150 bis 1200 Grad erhitzte. Mc Lennan, Young und Mc Lay (6) verwendeten ebenfalls eine bis zu 1200 Grad erhitzte Quarzröhre; ihre Resultate waren vollständiger als diejenigen von Grotrian, und zwar deswegen weil sie in der Absorption eine größere Zahl von Linien fanden. Die Linie 2706,50 war die einzige, die in Absorption von Narayan und Rao (7) beobachtet wurde, nach der Meinung dieser Autoren möglicherweise deswegen, weil die verwendeten Temperaturen nur niedrig waren.

Schließlich wurden zur Verdampfung von Metallen und zur Beobachtung der Absorptionsspektren dieser Dämpfe Kohlerohre benutzt, die mit Hilfe eines Sauerstoff-Azetylen Gebläses erhitzt wurden. Diesen Weg verfolgten Frayne und Smith (8) einerseits und Zumstein (9) andrerseits. Die ersteren machen keine näheren Angaben über die von ihnen erreichten Temperaturen. Es darf wohl gesagt werden, daß trotz der relativ großen Anzahl von beobachteten Linien für den Fall des Zinns die erreichte Temperatur unterhalb 1200 Grad gelegen war. Zumstein seinerseits betont, daß die mit einem optischen Pyrometer gemessenen Temperaturen zwischen 1200 und 2000 Grad schwankten.

Tabelle I enthält die λ in Å.-E. (international), die Frequenzen im Vakuum, die Intensitäten im Bogenspektrum (10) und die Klassifikation in Serien nach Green und Loring (11) und nach Williams und Charola (12). In den Kolonnen „Beobachter" stehen zuerst die Resultate von Grotrian, bezeichnet durch + und diejenigen von Frayne und Smith bezeichnet durch ×, in der zweiten Kolonne befinden sich die Resultate von Mc Lennan mit dem Zeichen + und schließlich in den beiden letzten die Resultate Zumsteins und die unsrigen, bezeichnet mit den Buchstaben: vf = sehr schwach, f = schwach m = mittelstark und s = stark. Die bei unseren Resultaten befindlichen Fragezeichen, beziehen sich auf Linien, die nur auf einer einzigen Platte beobachtet wurden. Die Tabelle stellt also die Zusammenfassung der Resultate aus 14 verschiedenen Platten dar, die unter günstigsten Bedingungen erhalten wurden. Das für die Versuche verwendete Metall war reines Zinn von Merck in Darmstadt.

Bei den Multiplen $2p^3P - 3s^3P'$ und $2p^3P - 3d^3D$ erscheinen alle Linien in Absorption mit Ausnahme von einer:

	$2p^3P_1$	$2p^3P_1$	$2p^3P_2$
$2p^3P - 3s^3P'$:			
$3s^3P'_0$	?	S	
$3s^3P'_1$	m	S	m
$3s^3P'_2$		S	m
$2p^3P - 3d^3D$:			
$3d^3D_1$	S	S	vf?
$3d^3D_2$		f	m
$3d^3D_3$			S

Wie ersichtlich stimmen unsere Resultate vollständig mit denen von Zumstein überein für

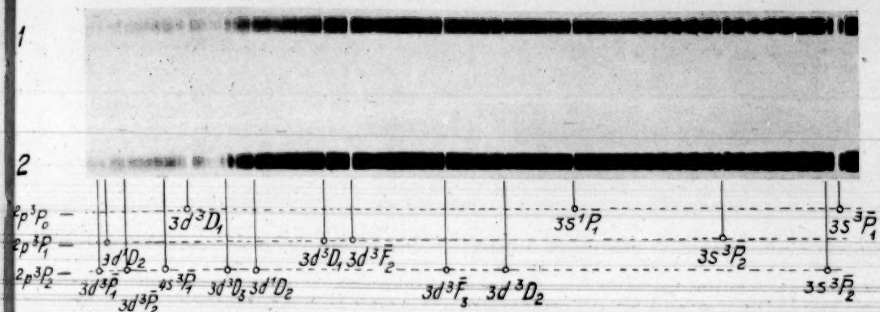

Fig. 4. Absorptionsspektrum des Zinndampfes zwischen 2863,32 und 2194,42 Å/E. Ilford Rapid Process Panchromatic-Platte. Nr. 1. Ofen mit 140 Ampere beschickt. Belich ungsdauer: 5 Sekünden; Nr. 2 ebenso, Belichtungszeit: 15 Sekunden. Die Bezeichnung P_1 F usw. stimmt mit der Bezeichnung P', F' usw. der Tabelle I überein.

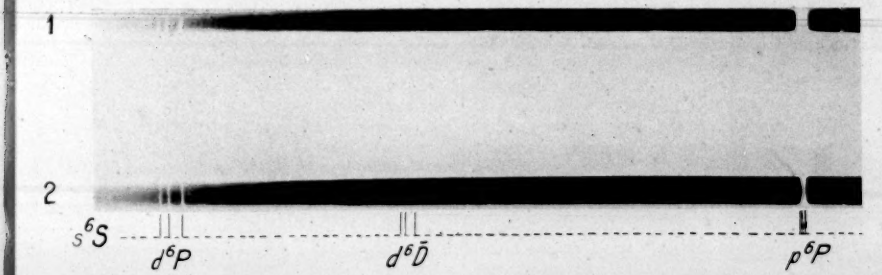

Fig. 5. Absorptionsspektrum des Dampfes von Mangan zwischen 2801,08 und 2208,73 Å.-E. Ilford. Rapid Process Panchromatic-Platten. Nr. 1. Ofen mit 210 Ampere beschickt. Belichtungszeit: 40 Sekunden; Nr. 2. Ofen mit 170 Ampere beschickt, gleiche Belichtungszeit wie bei Nr. 1.

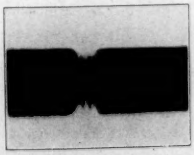

Fig. 6. Sextette $s^6S - p^6P$ (2801,08 bis 2704,82 Å.-E.) des Mangans. Ofen mit 200 Ampere beschickt. Belichtungszeit 5 Sekunden. Ilford Rapid Process Panchromatic-Platten.

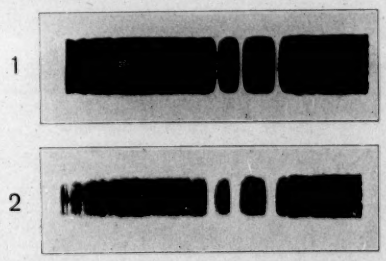

Fig. 7. Sextette $s^6S - d^6P$ (2221,80 bis 2208,73 Å.-E.) des Mangans in Absorption. Ofen mit 260 Ampere beschickt. Nr. 1. Belichtungszeit 15 Sekunden; Nr. 2. Belichtungszeit 5 Sekunden. Schumann-Platten (Hilger).

Tabelle III.

λ I. A.	ν in Vakuum	Serie	I	L. u. W.	Beobachter
3382.86	29552.3	$1^2S_1 - 2^2P_{12}$	10 R	S	
3280.66	30472.9		10 R	S	
2929.36	34127.1	$5s^1D_2 - 5p^3P_2$	30 A	f	Ag+
2660.49	37575.9	$5s^1D_2 - 5p^3P_1$	60 A	f	,,
2447.93	40838.5	$5s^1D_2 - 5p^3F_2$	80 A	f	,,
2437.81	41008.0	$5s^3D_3 - 5p^3P_2$	100 RA	f	,, Bloch
2413.23	41425.6	$5s^3D_2 - 5p^3F_3$	90 RA	f	,, ,,
2411.41	41456.9	$5s^3D_2 - 5p^3D'_2$	75 A	f	,,
2331.40	42879.5	$5s^3D_2 - 5p^3P_1$	80 RA	f	,, Bloch
2324.68	43003.4	$5s^3D_3 - 5p^3F_3$	70 RA	f	,, ,,
2320.29	43084.8	$5s^1D_2 - 5p^1F_3$	80 RA	f	,, ,,

den Fall der starken Linien. Wir haben einige weitere Linien beobachtet, die von dem Niveau $p^1S'_0$ herrühren, aber nur sehr schwach angedeutet sind, wahrscheinlich deswegen, weil wir bei höheren Temperaturen untersucht haben.

3. Mangan. Grotrian (13) beobachtete die Sextette ($s^6S - p^6P$) in Absorption, die bei 4030 und 2800 Å.-E. liegen, wobei er eine Temperatur von 850 Grad verwandte.

Diese Resultate wurden später von Zumstein (14) vervollständigt, der bei höheren Temperaturen untersuchte; nämlich bei 1600 Grad. Das so erhaltene Spektrum zeigt zahlreiche Absorptionslinien, die in der Tabelle II wiedergegeben sind. Diese Tabelle ist in gleicher Weise wie diejenige für Zinn aufgestellt.

McLennan und McLay (15) haben zweimal das Absorptionsspektrum des Mangandampfes bestimmt und auch ihre Resultate sind in der Tabelle II enthalten. Smith und Muskat (16) haben die Sextetten $^6S^6P$ im Funkenspektrum invertiert gefunden. Der Funke wurde unter Wasser zwischen Manganelektroden erzeugt. Gemäß der Ansicht dieser Autoren verhalten sich einige Linien des Mangans unter den von ihnen angewandten Bedingungen wie beim Bogen.

Das von uns verwendete Metall stammte ebenfalls von Merck in Darmstadt.

Die Übereinstimmung zwischen unseren Beobachtungen und denjenigen von McLennan und McLay einerseits und von Zumstein andrerseits, ist fast vollkommen.

4. Silber. Grotrian (17), Mc. Lennan und McLay (18) und Zumstein (19) haben in der von uns untersuchten Region das Duplett $1^2S_0 - 2^2P_{12}$ mit großer Intensität beobachtet, eine Tatsache, die wir voll bestätigen können. Außerdem haben wir verschiedene Linien, wenn auch nur sehr schwache, festgestellt, die nach Shenstone (20) dem ionisierten Atom angehören. Diese Linien wurden auf mehreren Platten beobachtet, aber da wir glauben, daß diese Beobachtungen zur endgültigen Beurteilung bestätigt oder richtiggestellt werden müssen, beschränken wir uns jetzt darauf, das erhaltene Resultat zu erwähnen. Andrerseits müssen wir bemerken, daß sich die Mehrzahl der fraglichen Linien wie die Linien des Bogenspektrums verhalten, wenn das Spektrum des unter Wasser (21) erzeugten Funkens beobachtet wird. Nach Smith und Muskat ereignet sich beim Mangan das Analoge. In einer folgenden Arbeit werden wir auf diesen Punkt zurückkommen, um diese Erscheinungen so weit als möglich zu erklären.

In der Tabelle III sind die Funkenlinien mit den von Shenstone angegebenen Intensitäten enthalten, wobei der Buchstabe A Linien entspricht, die auch von dem Bogen stark emittiert werden. Die Kolonne L und W gibt unsere Resultate der Absorption; auch sind dabei jene Linien angegeben, die sich nach Bloch im Spektrum des unter Wasser erzeugten Funkens wie im Bogenspektrum verhalten.

Für die soeben wiedergegebenen Beobachtungen haben wir reinstes Silber verwendet, das uns von dem Hause Adam Hilger in London überlassen wurde.

4. Diskussion der Resultate.

1. Spektrum des Zinns. Die Konfigurationen des Zinn-Atoms, die die Termen hervorbringen, deren Kombinationen wir in der Absorption untersucht haben, sind folgende:

$(5s)^2\,(5p)^2$:	p^3P_{012}	$p^1D'_2$	$p^1S'_0$
$(5s)^2\,(5p)\,(6s)$:	$s^3P'_{012}$	$s^1P'_1$	
$(5s)^2\,(5p)\,(5d)$:	$d^3F'_{234}$	d^3D_{123}	$d^3F'_{012}$
	$d^1F'_3$	d^1D_2	$d^1P'_1$.

In der schematischen Fig. 8, bei welcher die ausgezogenen Linien solchen Kombinationen entsprechen, die kräftige Absorptionslinien erzeugen und die punktierten Linien solchen der schwachen Linien, bemerkt man, daß die Linien, die den Termen p^3P entsprechen, stark sind, wenn die Bedingung $\Delta l = 0$ oder 1 und $\Delta r = 0$ oder 2 erfüllt ist. Dagegen sind für $\Delta l = 2$ die Linien nur stark, wenn $\Delta r = 0$. Der Term p^1D' gibt

nur eine starke Kombination für $\Delta l = 0$ und $\Delta r = 2$.

Die Tatsache, daß die große Mehrzahl der Kombinationen der Termen p^3P stark ist, rührt davon her, daß sie die tiefsten Nivelle des Atoms sind, wobei $2p^3P_0$ der Grundterm ist. Dies ist

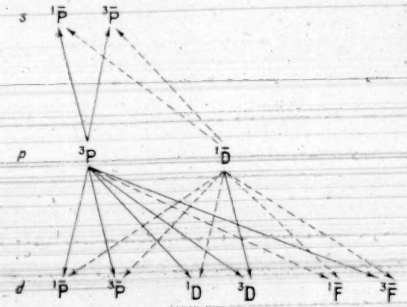

Fig. 8. Die Schreibweise S, P usw., entspricht derjenigen S', P' usw. der Tabellen und des Textes.

in vollständiger Übereinstimmung mit der Theorie Hunds. Der Term $p^1S'_0$ gibt nur schwache, teils unsichere Absorptionslinien.

In der Tabelle IV sind die Zahlenwerte der Terme der Konfigurationen $(5s)^2$ $(5p)^2$, die Differenzen zwischen ihnen und die Differenzen mit dem tiefsten $2p^3P_0$ angegeben.

Tabelle IV.

Terme	ν	$\Delta\nu$	$\Sigma\Delta\nu$
$3p^3P_0$	59690		
		1692	1692
$2p^3P_1$	57998		
		1736	3428
$2p^3P_2$	56262		
		5185	8613
$2p^1D'_2$	51077		
		8550	17163
$2p^1S'_0$	42537		

Durch Verwendung der Gleichung für den Fall des Zinns:

$$\frac{N'}{N} = e^{-\frac{E}{RT}}$$

können wir das Verhältnis der in den verschiedenen Nivellen existierenden Atome berechnen. Diese Gleichung wurde von uns bereits für den Fall des Thalliums (22) verwendet. In ihr bedeutet N' die Zahl der angeregten Atome, N die Gesamtzahl der Atome, E, die durch die Anregung absorbierte Energie, R die Gaskonstante und T die absolute Temperatur. Aus dem Werte $\frac{N'}{N}$ können wir außerdem die Wahrscheinlichkeit berechnen, mit der die Linien mehr oder weniger stark in Absorption erscheinen, und zwar derjenigen Linien, die ihre Entstehung innerhalb der fünf tiefen Nivelle des Zinnatoms erfahren.

Für die Temperatur von 2300 Grad absolut erhält man die folgenden Werte:

$$\text{Nivel } 2p^3P_1: \frac{N'}{N} = \frac{1}{2{,}9}$$

$$\text{Nivel } 2p^3P_2: \frac{N'}{N} = \frac{1}{8{,}3}$$

$$\text{Nivel } 2p^1D'_2: \frac{N'}{N} = \frac{1}{200}$$

$$\text{Nivel } 2p^1S'_0: \frac{N'}{N} = \frac{1}{44670}.$$

Die theoretisch abgeleiteten Werte von $\frac{N'}{N}$ sind in vollkommener Übereinstimmung mit den experimentellen Werten, bei denen die Mehrzahl der Linien, die den Nivellen p^3P entsprechen, stark sind, nur eine, die zum Nivel p^1D' gehört, mittlerer Intensität ist, und diejenigen des Nivels p^1S' so schwach sind und so wenig zahlreich, daß wir deren Existenz nicht mit absoluter Sicherheit als gegeben betrachten können.

2. Spektrum des Mangans. In einer kürzlich von Russell (23) veröffentlichten Gedenkschrift hat er die Konfigurationen der Elektronen festgestellt, die die verschiedenen Terme des Bogenspektrums des Mangans verursachen. Wir erwähnen nur diejenigen, deren Kombinationen wir in Absorption beobachtet haben.

$(3d)^5\,(4s)^2 : s^6S_3$

$(3d)^5\,(4s)\,(4p) : p^4P_{123}$ $\quad p^6P_{234}$ $\quad p^8P_{345}$

$(3d)^6\,(4p) : d^6F_{123456}$, $\quad d^6D'_{12345}$ $\quad d^6P_{234}$ $\quad d^4F_{2345}$ $\quad d^4D'_{1234}$ $\quad d^4P_{123}$

Aus der schematischen Fig. 9 ersieht man, daß alle Absorptionslinien des Mangandampfes dem Nivel s^6S_3 angehören, welches der Grundterm des normalen Atomes ist. Außerdem sind in der Absorption stark jene Linien, für die die Beziehung besteht $\Delta l = 1$ und $\Delta r = 0$; wenn sie schwach sind ist die Beziehung $\Delta l = 1$ und $\Delta r = 2$ oder besser $\Delta l = 2$ oder 3 und $\Delta r = 0$ erfüllt; auch eine Kombination $\Delta l = 2$ und $\Delta r = 2$ ist schwach.

Man beobachtet Absorptionslinien, von denen einige stark sind und vom Übergang zwischen den Konfigurationen s und d herrühren, d. h., daß sich der Sprung zweier Elektronen ereignet.

Die nicht klassifizierte Linie 2274,40 muß wegen des bestehenden Absorptionsspektrums

des Mangan, einer Kombination zwischen dem Term s^6S und einem noch unbekannten entsprechen.

3. Spektrum des Silbers. Außer der Dublette $^2S\,^2P$ des neutralen Atoms, haben wir in Absorption Linien des ionisierten Atomes beobachtet, wobei wir aber auch die bereits oben erwähnte Einschränkung machen wollen.

Die Konfigurationen und Terme des Silbers sind nach Shenstone die folgenden:

$$(4d)^9\,5s : 5s^1D_2 \quad 5s^3D_{321}$$

$$(4d)^9\,5p : 5p^3F_{234} \quad 5p^1F_3 \quad 5p^3D'_{123} \quad 5p^1D'_2 \quad 5p^3P_{012} \quad 5p^1P_1.$$

Die beobachteten Absorptionslinien entsprechen alle dem Übergange zwischen den Kon-

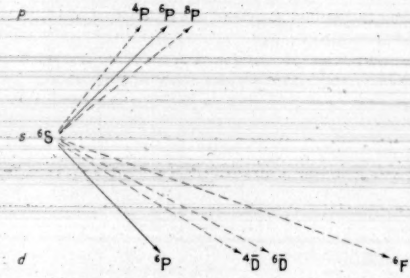

Fig. 9. Auch hier gilt die Anmerkung zu der Fig. 8.

figurationen $(4d)^9\,5s$ und $(4d)^9\,5p$ mit den Werten $\Delta l = -1$ oder $+1$, und $\Delta r = 0$ und für $\Delta r = 2$ ist $\Delta l = \pm 1$.

Zusammenfassung.

Die Absorptionsspektren der Dämpfe von Zinn, Silber und Mangan zwischen 5500 und 2140 Å.-E. — 1. Es werden die Absorptionsspektren der Metalldämpfe des Mangans, Silbers und Zinns vermittels eines elektrisch geheizten Ofens zwischen den Temperaturen von 1200 und 2200 Grad, die mit Hilfe eines optischen Pyrometers gemessen waren, beobachtet.

2. Unsere Resultate in bezug auf die Spektren des Zinns und des Mangans stimmen fast vollständig mit denjenigen Zumsteins und denjenigen von Mc Lennan und seiner Mitarbeiter überein.

3. In dem Spektrum des Silbers wurden Linien beobachtet, die dem ionisierten Atom entsprechen. Dieses Resultat wird wegen seiner Wichtigkeit in einer späteren Arbeit kontrolliert und wenn nötig richtiggestellt werden.

4. Hinsichtlich der Theorie Hunds sind die Resultate in vollständiger Übereinstimmung mit seinen Folgerungen in bezug auf die tieferen Niveaus der Atome, deren Absorptionsspektren beobachtet wurden.

5. Die Anwendung der Gleichung $\frac{N'}{N} = e^{-\frac{E}{RT}}$ die zur Feststellung des Verhältnisses der Zahl N', der angeregten Atome zur Zahl N, der gesamten Atome, dient, ergab Resultate, die mit den experimentellen Beobachtungen übereinstimmen, für den Fall des Zinns, das allein zu dieser Untersuchung herangezogen wurde.

Literatur.

1) Contribución al Estudio de las Ciencias Fisicas y Matematicas serie matemático física (Universidad La Plata) **4**, 234, 1928 und Journ. Phys. Rad (6) **9**, 121, 1928.
2) E. Gehrcke und E. Lau, Ann. der Phys. **76**, 673, 1925.
3) Bay und Steiner, Zeitschr. f. Phys. **45**, 337, 1927.
4) A. Fonseca, Contribución al Estudio de las Ciencias Fisicas y Matematicas serie matemático fisica, (Universidad La Plata) **2**, 175, 1928.
5) W. Grotrian, Zeitschr. f. Phys. **18**, 169, 1923.
6) J. C. Mc Lennan, J. F. T. Young u. A. B. McLay, Proc. Royal Soc. (Canada) **18**, (Sektion 3) 57, 1924.
7) A. L. Narayan und K. R. Rao, Phil. Mag. (6) **50** 645, 1925.
8) J. G. Frayne und A. W. Smith, Phil. Mag. (7) **1**, 732, 1926.
9) R. V. Zumstein, Phys. Rev. (2) **25**, 523, 1925. (Beschreibung des Ofens) und ebenda (2) **27**, 150, 1926, (Spektrum des Zinns).
10) Auszüge aus der Gedenkschrift Zumsteins.
11) J. B. Green und R. A. Loring, Phys. Rev. (2) **30**, 574, 1927.
12) A. T. Williams und F. Charola, Contribución al Estudio de las Ciencias Fisicas y Matematicas serie matemático fiscia (Universidad La Plata) **4**, 461, 1928.
13) W. Grotrian, siehe 5.
14) R. V. Zumstein, Phys. Rev. (2) **26**, 765, 1925.
15) J. C. Mc Lennan und A. B. Mc Lay, Proc. Royal Soc. (Canada) **19**, (Sektion 3), 95 und 100, 1925; ebenda **20**, (Sektion 3), 90 und 109, 1926.
16) A. W. Smith und M. Muskat, Phys. Rev. (2) **29**, 663, 1927.
17) W. Grotrian, siehe 5.
18) J. C. Mc Lennan und J. B. Mc Lay, Proc. Royal Soc. (Canada) **19**, (Sektion 3) 93 und 97, 1925.
19) R. V. Zumstein, Phys. Rev. (2) **25**, 523, 1925.
20) A. G. Shenstone, Phys. Rev. (2) **31**, 318, 1928.
21) L. und E. Bloch, Journ. Phys. Rad (6) **3**, 319, 1922.
22) R. G. Loyarte und A. T. Williams, bereits angegeben.
23) H. N. Russell, Astrophysical Journ. **66**, 184, 1927.

La Plata, Instituto de Fisica, November 1928.

(Eingegangen 8. Dezember 1928.)

Die Unterschiedsschwelle des Auges bei kleinen Sehwinkeln.

Von I. Runge.

Bei einer technischen Untersuchung, die darauf abzielte, Helligkeitsunterschiede eines Glühlampenleuchtkörpers deutlicher erkennbar zu machen, hatte sich die Vermutung ergeben, daß die Unterschiedsschwelle des Auges in erheblichem Maße von der scheinbaren Größe des betrachteten Objektes abhängig wäre. Für die Reizschwelle des Auges ist eine solche Abhängigkeit von Gehlhoff und Schering[1]) festgestellt worden, für die Unterschiedsschwelle sind entsprechende Angaben jedoch in der deutschen Literatur fast nirgends zu finden. Eine amerikanische Arbeit von Karrer und Tyndall[2]) über „Contrast Sensibility of the Eye" wurde der Verfasserin erst später zugänglich. Die Frage wurde daher durch eigene Versuche zu entscheiden gesucht. Da inzwischen in einer neueren Arbeit von F. Löhle[3]) der Mangel an Beobachtungen über dies Problem ebenfalls erwähnt wird, schien es der Mühe wert, die Ergebnisse zu veröffentlichen, zumal sich die angewandte Methode sowohl von der Löhleschen wie von der von Karrer und Tyndall unterscheidet.

Im Photometerkopf eines Bankphotometers wurde unmittelbar vor dem Lummer-Brodhun-Würfel eine Blende angebracht, die aus der Mitte des Gesichtsfeldes einen horizontalen Streifen ausschnitt. Da das Gesichtsfeld ohne Blende eine Ellipse mit senkrechter großer Achse auf hellerem oder dunklerem Grunde darstellte, waren in dem von der Blende herausgeschnittenen Streifen zwei nahezu gerade Quergrenzen sichtbar, die den mittleren Teil von den beiden äußeren trennten. (Vgl. Fig. 1.) Es wurden nun zwei

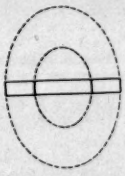

Fig. 1. Anordnung der Blende am Lummer-Brodhun-Würfel.

beliebige hinreichend gleichfarbige Lichtquellen eingeschraubt. Bei Einstellung auf Gleichheit erschien der Streifen gleichmäßig hell. Bei Verschiebung des Photometerkopfes nach rechts oder links, wobei die eine Lichtquelle in konstanter Entfernung mitverschoben wurde, erschien der mittlere Teil heller bzw. dunkler als die gleichbleibenden äußeren Teile. Es wurde nun immer nur soweit verschoben, bis die Grenzlinien eben sichtbar wurden. Der Helligkeitsunterschied, der dann zwischen beiden Feldern herrschte, stellte die Unterschiedsschwelle des Auges für die betreffende Absoluthelligkeit dar. Dieser Helligkeitsunterschied wurde aus dem Abstand der beiden Stellungen berechnet, in denen die Grenzlinie rechts und links von der Gleichheitsstellung eben sichtbar wurde.

Derartige Messungen wurden nun für eine Reihe von Blenden verschiedener Spaltbreite ausgeführt. Tabelle I gibt die Größen der Blenden

Tabelle I.

Blende	Breite	Sehwinkel
1	0,3 mm	7′
2	0,5	11′
3	1	21′
4	2	43′
ohne Blende		ca. 2°

und daraus berechnet die Sehwinkel, unter denen die Streifenbreiten (also die Längen der Grenzlinien) mit Berücksichtigung der Optik des Photometerfernrohres erschienen. In der letzten Zeile ist der Sehwinkel des großen Durchmessers der Ellipse, wie er ohne Blende erschien, auf Grund einer Schätzung angegeben.

Um sicher zu stellen, daß die absolute Helligkeit, wie es das Fechnersche Gesetz verlangt, ohne Einfluß ist, wurde dieselbe Meßreihe bei drei verschiedenen Absoluthelligkeiten, die sich verhielten wie 1 : 2,02 : 4,75 ausgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle II und in den drei Kurven Fig. 2 dargestellt. Als Abszisse ist der

Tabelle II.

	Helligkeit = 1	2,02	4,75
Blende 1	25,0	24,0	25,0
2	10,1	11,0	11,3
3	6,1	5,7	6,3
4	4,7	3,9	3,7
Ohne Blende	3,1	2,3	2,5

Sehwinkel, als Ordinate der relative Helligkeitsunterschied in Proz., der eben noch erkennbar ist, eingezeichnet. Man sieht, daß die drei Kurven für die verschiedenen Absoluthelligkeiten innerhalb der Fehlergrenzen zusammenfallen, daß also das Fechnersche Gesetz auch für kleine Sehwinkel in dem betrachteten Gebiet

1) Zeitschr. f. techn. Phys. **2**, 245, 1921; Zeitschr. f. Beleuchtungswesen **25**, 17, 1919.
2) Scient. Pap. Bur. Stand. Washington 1920.
3) Zeitschr. f. Phys. **48**, 80, 1928.

Gültigkeit hat. Hierin weichen die Ergebnisse von denen von Karrer und Tyndall ab, die mit abnehmender Helligkeit, besonders bei dem einen der beiden Beobachter, eine merkliche Zunahme der Unterschiedsschwelle feststellen. Allerdings wurden dort die Versuche auch bis zu wesentlich kleineren Helligkeiten durchgeführt

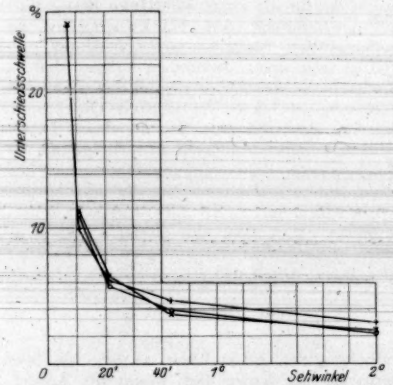

Fig. 2. Prozentuale Unterschiedsschwelle in Abhängigkeit vom Sehwinkel für verschiedene Flächenhelligkeiten.

als bei mir. Die von Karrer und Tyndall gefundenen Unterschiede der Kurven, je nach dem, ob man beim eben Sichtbarwerden oder bei eben verschwindender Grenzlinie beobachtet, werden dagegen qualitativ durch meine Versuche bestätigt, obwohl darüber keine genaueren Aufzeichnungen gemacht wurden.

Berlin, Osramgesellschaft Fabrik A, Versuchslaboratorium.

(Eingegangen 18. Dezember 1928.)

Der Energieumsatz divergenter Ströme.

Von H. Lorenz.

1. Während in einer Düse bei konvergenter Strömung der Umsatz von Druck- in Bewegungsenergie fast verlustlos vonstatten geht, treten bei der umgekehrten divergenten Strömung erfahrungsgemäß so erhebliche Verluste auf, daß ein grundsätzlich anderer Bewegungszustand vorliegen muß. Den Schlüssel für das Verständnis bildet die Tatsache des Haftens der strömenden Flüssigkeit an der festen Begrenzungswand unabhängig von der Bewegungsrichtung. Daher folgt in unmittelbarer Nachbarschaft der Begrenzung der Strom stets dem Druckgefälle, was bei der Verengung ohnehin für die Gesamtbewegung zutrifft. Bei der Erweiterung dagegen bedingt das der Gesamtbewegung entgegengerichtete Druckgefälle einen Rückstrom am Rande und damit die Bildung einer Wirbelschicht, deren Wucht nicht nur nicht für den Umsatz in Druckenergie zur Verfügung steht, sondern vom Gesamtstrom erst geweckt und aufrecht erhalten werden muß. Diese Wirbelschicht hat nichts mit der in beiden turbulenten Bewegungsfällen auftretenden Prandtlschen Grenzschicht zu tun, die mit einer gegen jene fast verschwindenden Dicke und Wucht nur den Übergang von der Haftung zur endlichen Stromgeschwindigkeit vermittelt. Der Energieaufwand zur Erhaltung der Grenzschicht stimmt mit dem bekannten Turbulenzverlust überein und wird ebenso wie derjenige des Rückstroms vom Gesamtstrom bestritten. Auf der verschiedenen Größenordnung der beiden Schichten, von denen die des Rückstroms nur für die divergente Strömung in Frage kommt, beruht demnach der erhebliche Unterschied des Energieumsatzes derselben gegen die konvergente Bewegung.

2. Für die rechnerische Behandlung der Stromerweiterung wollen wir von der turbulenten Grenzschicht vorläufig absehen und der Einfachheit halber im Randwirbel eine lineare Geschwindigkeitsverteilung über die Schichtdicke h ansetzen, woraus sich nach Fig. 1 nahezu hyperbolische Stromlinien ergeben. Ist dann $\pm v$ der Höchstwert der Geschwindigkeit im Querschnitte mit dem Halbmesser r, so erhalten wir bei gleichförmiger Verteilung von v über den Kernstrom vom Halbmasser $r-h$ die mittlere Stromgeschwindigkeit w aus

$$w \cdot r^2 = v\,(r-h)^2 \qquad (1)$$

oder unter Vernachlässigung von h^2/r^2,

$$w = v\left(1 - 2\,\frac{h}{r}\right). \qquad (1a)$$

Wegen der linearen Verteilung im Randwirbel ist dessen mittleres Geschwindigkeitsquadrat $v^2/3$ oder bezogen auf die Einheit des Gesamtquerschnittes sowie mit Rücksicht auf (1a) durch Vernachlässigung von h^2/r^2

$$\frac{v^2}{3}\cdot\frac{2\pi\cdot r\cdot h}{\pi r^2} = \frac{2}{3}v^2\cdot\frac{h}{r} \approx \frac{2}{3}w^2\cdot\frac{h}{r}. \qquad (1b)$$

Andrerseits kommt für den Energieumsatz wegen der dauernden Mischung des Kern- und Rückstromes nicht die absolute Strömungswucht be-

zogen auf die Querschnittseinheit des Gesamtstromes

$$\frac{v^2}{2r^2}\left[(r-h)^2+\frac{2}{3}rh\right]=\frac{v^2}{2}\left(1-\frac{4}{3}\frac{h}{r}\right)$$
$$=\frac{w^2}{2}\left(1+\frac{8}{3}\cdot\frac{h}{r}\right),$$

sondern nur die der mit w übereinstimmenden Mischgeschwindigkeit, also $w^2/2$ in Frage, auf

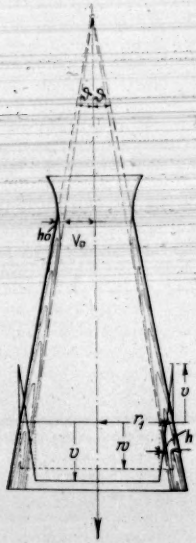

Fig. 1.

deren Kosten auch noch die Änderung der Randwirbelwucht (1b) geht. Wir erhalten daher mit einem durch p_0, w_0, r_0, h_0 gekennzeichneten Anfangszustand sowie mit dem Raumgewicht γ und der Erdbeschleunigung g die Energieformel

$$\int_{p_0}^{p}\frac{dp}{\gamma}=\frac{w_0^2-w^2}{2g}-\frac{1}{3g}\left(w_0^2\frac{h_0}{r_0}-w^2\cdot\frac{h}{r}\right). \quad (2)$$

Setzen wir nun voraus, daß die Bahnen der einzelnen Flüssigkeitsteile im Kernstrom strahlenförmig von der Kegelspitze des rein konischen Rohres von halbem Öffnungswinkel ϑ verlaufen, so besteht die einfache Beziehung

$$\frac{h_0}{r_0}=\frac{h}{r}=f(\vartheta). \quad (3)$$

Diese Gleichung erfüllt außerdem die Bedingung der mechanischen Ähnlichkeit, da die Einzelglieder in (2) Längen darstellen, deren Verhältnis unabhängig sein muß von dem gewählten Intervall.

Wir dürfen an Stelle von (2) schreiben

$$\int_{p_0}^{p}\frac{dp}{\gamma}=\frac{w_0^2-w^2}{2g}\cdot\left(1-\frac{2}{3}\cdot\frac{h}{r}\right), \quad (2a)$$

worin der für die ganze Rohrlänge beständige[1]) Klammerausdruck den Wirkungsgrad des reibungsfreien Energieumsatzes bedeutet. Die (Gl. 3) setzt streng genommen voraus, daß das Verhältnis $h:r$ schon zu Beginn der erweiterten Strömung, also auch im engsten Querschnitte besteht. Dort aber tritt die von einem Druckbehälter kommende Flüssigkeit vermöge der vorausgegangenen Rohrverengung sicher ohne Rückstrom ein, der sich erst mit der zugehörigen Wirbelschicht von da an allerdings sehr schnell ausbildet. Man kann nun diesen Vorgang als einen hydraulischen Stoß auffassen, dessen Energieaufwand dem Quadrate

$$(w-v)^2=4v^2\cdot\frac{h^2}{r^2} \quad (4)$$

verhältnisgleich ist und mit $h^2:r^2$, wie oben vernachlässigt werden darf, womit die Ausdehnung des Gültigkeitsbereiches von (Gl. 2a) über die gesamte Strömung gerechtfertigt ist.

3. Zur Bestimmung der Dicke der Wirbelschicht, bzw. des Verhältnisses $h:r$ als Funktion von ϑ gehen wir davon aus, daß der Rückstrom am Rande durch Mischung insofern den Gesamtstrom beeinflußt, daß r die Radialkomponente der Geschwindigkeit mit dem Mittelwert

$$w_r=\frac{1}{r_1^2}\int_0^{r_1}2\cdot v\cdot\operatorname{tg}\vartheta\cdot r\cdot dr$$
$$=\frac{2v}{r\cdot r_1^2}\int_0^{r_1}r^2\,dr=\frac{2}{3}\cdot v\cdot\operatorname{tg}\vartheta_1 \quad (5)$$

vernichtet und den Gesamtstrom zur Wiederherstellung zwingt. Dadurch wird ein Gesamtverlust an Bewegungsgröße der Masseeinheit in der Zeiteinheit vom Betrage

$$\frac{2}{3}\cdot v\cdot\operatorname{tg}\vartheta_1\cdot\frac{dm}{dt}=\frac{2}{3}\pi\cdot r_1^2\cdot\gamma\cdot\frac{v^2}{g}\cdot\operatorname{tg}\vartheta_1 \quad (5a)$$

bedingt. Dividieren wir diese durch den Stromquerschnitt $\pi\cdot r_1{}^2$ und γ, so erhalten wir einen Druckverlust, bzw. Verlust an Strömungswucht,

1) Diese Folgerung wird durch die weiter unten angeführten Versuche von Francis an stückweise verlängerten konischen Rohren ausdrücklich bestätigt.

der an jedem Querschnitte nur noch

$$\frac{1}{2g}\left(w^2 - \frac{4}{3}\cdot v^2\cdot \operatorname{tg}\vartheta_1\right) \approx \frac{w^2}{2g}\left(1 - \frac{4}{3}\operatorname{tg}\vartheta_1\right)$$

für den Energieumsatz übrig läßt. Damit aber folgt an Stelle von (2a)

$$\int_{p_0}^{p}\frac{dp}{\gamma} = \frac{w_0^2 - w^2}{2g}\left(1 - \frac{4}{3}\operatorname{tg}\vartheta_1\right) \qquad (2b)$$

und durch Vergleich mit (2a) auch die Dicke der Randwirbelschicht zu

$$h = 2\cdot r\cdot \operatorname{tg}\vartheta_1, \qquad (6)$$

wonach die Aufzeichnung der in der Fig. 1 angedeuteten hyperbolischen Stromlinienverläufe ohne weiteres möglich ist.

4. Die bisher nicht berücksichtigte turbulente Wandreibung führt mit einer Rauhigkeitsziffer λ sowie mit der Kontinuitätsformel $w r_1^2 = w_0 \cdot r_0^2$ auf einen Verlust

$$\int_{z_0}^{z}\frac{\lambda}{r}\cdot\frac{w^2}{2g}\cdot dz = \frac{\lambda}{2g\cdot\operatorname{tg}\vartheta_1}\cdot\int_{r_0}^{r}\frac{w^2}{r}\,dr = \frac{\lambda}{4\operatorname{tg}\vartheta_1}\,\frac{w_0^2 - w^2}{2g}, \qquad (7)$$

der von der rechten Seite der Formeln (2a) und (2b) abzuziehen ist. Damit geht diese über in

$$\int_{p_0}^{p}\frac{dp}{\gamma} = \frac{w_0^2 - w^2}{2g}\left(1 - \frac{\lambda}{4\operatorname{tg}\vartheta_1} - \frac{4}{3}\operatorname{tg}\vartheta_1\right), \qquad (8)$$

wonach die turbulente Reibung ebenfalls der Ähnlichkeitsbedingung genügt. Der Gesamtwirkungsgrad der Stromerweiterung ist danach

$$\eta = 1 - \frac{\lambda}{4\operatorname{tg}\vartheta_1} - \frac{4}{3}\operatorname{tg}\vartheta_1 \qquad (9)$$

und hat einen Höchstwert

$$\eta_0 = 2\sqrt{\frac{\lambda}{3}} \quad \text{für} \quad \operatorname{tg}\vartheta_0 = \frac{1}{4}\sqrt{3\lambda}. \qquad (9a)$$

Im Gegensatz hierzu gilt für die Stromverengung in einer Düse unter Wegfall des Rückstromes

$$\eta' = 1 - \frac{\lambda}{4\operatorname{tg}\vartheta_1}. \qquad (9b)$$

Für kleinere Öffnungswinkel überwiegt der Einfluß der turbulenten Rohrreibung, für größere dagegen derjenige der Rohrerweiterung auf den Energieumsatz. So erhält man für $\lambda = 0{,}01$ entsprechend glatter Wand die ausgezeichneten Werte

$$\vartheta_1 = 2{,}5^0; \quad \eta = 0{,}885$$

und für

ϑ_1	1^0	2^0	$2{,}5^0$	4^0	6^0	8^0	10^0
$\operatorname{tg}\vartheta_1$ . . .	0,017	0,035	0,044	0,070	0,105	0,141	0,176
$h:r$ . . .	0,034	0,070	0,088	0,140	0,210	0,282	0,352
$\lambda:4\operatorname{tg}\vartheta_1$.	0,147	0,071	0,057	0,036	0,024	0,018	0,014
$^4/_3\operatorname{tg}\vartheta_1$.	0,023	0,047	0,057	0,093	0,140	0,188	0,233
η	0,830	0,882	0,885	0,872	0,836	0,794	0,753
η'	0,863	0,929	0,943	0,964	0,976	0,982	0,986

Diese Zahlen liegen durchaus im Bereiche der zahlreichen unter sich übrigens stark abweichenden Meßergebnisse[1]) und werden insbesondere für höhere Werte von ϑ_1 durch die Erfahrung der außerordentlich verschiedenen Wirkungsgrade der Stromerweiterung und -verengung bestätigt.

5. Haben wir es mit einer gekrümmten Meridianlinie als Rohrwand zu tun, so ist mit deren Neigungswinkel ϑ gegen die Achse auch der Wirkungsgrad längs der Achse veränderlich. In diesem Falle benutzen wir an Stelle der (Gl. 8) die Differentialgleichung

$$\frac{dp}{\gamma} + \frac{w\,dw}{g}\left(1 - \frac{\lambda}{4\operatorname{tg}\vartheta} - \frac{4}{3}\operatorname{tg}\vartheta\right) = 0,$$

oder mit $dr = dz\cdot\operatorname{tg}\vartheta$

$$\frac{dp}{\gamma} + \frac{w\,dw}{g}\left(1 - \frac{\lambda}{4}\frac{dz}{dr} - \frac{4}{3}\frac{dr}{dz}\right) = 0. \qquad (10)$$

Daraus wird mit der Kontinuitätsgleichung $w\cdot r^2 = w_0\cdot r_0^2$; $r^2\,dw = -w_0 r_0^2\,dr$

$$\frac{dp}{\gamma} + \frac{w\,dw}{g} = -\frac{w_0^2 r_0^4}{r^5}\left(\frac{\lambda}{4}\frac{dz}{dr} + \frac{4}{3}\frac{dr}{dz}\right)dr \qquad (10a)$$

1) Andres, „Versuche über die Umsetzung von Wassergeschwindigkeit in Druck", Forschungsheft des V. D. I. **76**, 1909. Diese Arbeit enthält neben eigenen Versuchen auch die Ergebnisse über Versuche von Fliegner (Zivil-Ingenieur 1875), Francis („Lowell hydraulic experiments", New York 1883) und Bänninger (Zeitschr. d. ges. Tubinenwesens, 1906); Gibson, „On the Flow of water through pipes and passages", Proc. Roy. Soc. Series A, Vol. LXXXIII, 1910, S. 336; Hochschild, „Versuche über die Strömungsvorgänge in erweiterten und verengten Kanälen", Forschungsheft **114**, 1912; Kröner, Versuche von Strömungen in stark erweiterten Kanälen", Forschungsheft **222**, 1919; Riffart, „Versuche mit Verdichtungsdüsen", Diss. von d. T. H., München 1922. Diese Arbeit berichtet u. a. über die Druckverteilung über den Querschnitt, die durch Pitot-Rohre gewonnen wurde. In der Nähe des Randes ergaben sich dabei infolge der vom Verfasser nicht erkannten Rückströmung scheinbare Unterdrücke, die natürlich die Ergebnisse beeinträchtigen.

und nach Integration

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{\gamma} = \frac{w_0^2 - w^2}{2g} - \frac{w_0^2 r_0^4}{g} \int_{r_0}^{r_1} \left(\frac{\lambda}{4} \cdot \frac{dz}{dr} + \frac{4}{3} \frac{dr}{dz} \right) \frac{dr}{r^5}, \tag{10b}$$

mit dem Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{2g}{w_0^2 - w^2} \int_{p_0}^{p} \frac{dp}{\gamma} = 1 - \frac{2 r_0^4 r_1^4}{r_1^4 - r_0^4} \int_{r_0}^{r_1} \left(\frac{\lambda}{4} \frac{dz}{dr} + \frac{4}{3} \frac{dr}{dz} \right) \frac{dr}{r^5}. \tag{11}$$

Benutzen wir z. B. die von Prášil für Turbinensaugrohre vorgeschlagene Meridiankurve Fig. 2.

$$r^2 z = r_0^2 z_0; \quad \frac{dz}{dr} = -\frac{2 r_0^2 z_0}{r^3} \tag{12}$$

die sich asymptotisch der r-Achse nähert, so wird

$$\eta = 1 - \frac{r_1^4}{r_1^4 - r_0^4} \left[\frac{\lambda}{7} \frac{z_0}{r_0} \left(1 - \frac{r_0^7}{r_1^7} \right) + \frac{4}{3} \frac{r_0}{z_0} \left(1 - \frac{r_0}{r_1} \right) \right]. \tag{11a}$$

Dieser Ausdruck hat ebenso wie (8) für jedes Halbmesserverhältnis $r_0 : r_1$ einen Höchstwert, nämlich

$$\eta_0 = 1 - \frac{2}{1 - \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^4} \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{\lambda}{7} \left(1 - \frac{r_0}{r_1} \right) \left(1 - \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^7 \right)} \tag{13}$$

mit

$$\frac{z_0}{r_0'} = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{7}{\lambda} \cdot \frac{1 - \frac{r_0}{r_1}}{1 - \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^7}}. \tag{13a}$$

Andererseits ergibt sich der Wirkungsgrad einer nach (12) gestalteten Düse für die Umwandlung

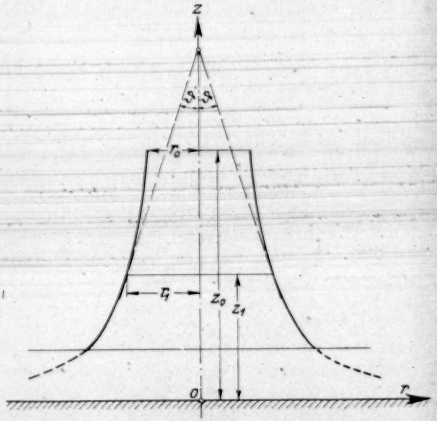

Fig. 2.

von Druck in Strömungswucht durch Weglassung der zweiten Glieder der Klammer in (11a) zu

$$\eta' = 1 - \frac{\lambda}{7} \cdot \frac{z_0}{r_0} \cdot \frac{1 - \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^7}{1 - \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^4}. \tag{11b}$$

Damit erhalten wir die folgenden Werte für η

Mit $\lambda = 0{,}01$ und	$\frac{z_0}{z_1} =$	1	2	3	4	5
für $\frac{r_0^2}{r^2} = 1/2$; $\frac{r_0}{r} = 0{,}707$	$\eta =$	0,473	0,735	0,821	0,863	0,881
$\frac{r_0^2}{r^2} = 1/3$; $\frac{r_0}{r} = 0{,}578$	$\eta =$	0,363	0,679	0,794	0,836	0,866
$\frac{r_0^2}{r^2} = 1/4$; $\frac{r_0}{r} = 0{,}500$	$\eta =$	0,287	0,641	0,759	0,817	0,831

die ersichtlich mit wachsendem $z_0 : z_1$ ansteigen bis zu Höchstwerten nach (13) und (13a), denen aber wegen der zugehörigen Werte von $z_0 : z_1 \approx 50$ keine praktische Bedeutung mehr zukommt. Die den Tabellenwerten entsprechenden Wirkungsgrade (11b) der verengten Düse liegen alle zwischen $\eta' = 0{,}98$ bis $0{,}99$, womit nur der günstige Einfluß gut abgerundeter Ausflußmündungen bestätigt wird. Umgekehrt lassen die schlechten Werte von η für die Stromerweiterung bei niederen Werten von $z_0 : z_1$ auf eine starke Randwirbelschicht schließen, die auch schon an Glasmodellen beobachtet worden ist.

(Eingegangen 22. Dezember 1928.)

Der Einfluß des Wärmeübergangs auf die Glimmentladung.

Von Joh. Schmekel.

In einer Untersuchung über die Stromdichte an der Kugelkathode der Glimmentladung[1]) wurde festgestellt, daß die sog. Holmschen Ähnlichkeitssätze nicht erfüllt waren. Die Erklärung für diese Tatsache wurde dadurch versucht, daß die hohe Kathodentemperatur eine Änderung der Gasdichte und damit der zu vergleichenden Werte herbeigeführt hätte. Trotzdem nun bei verschiedenen Kathodenradien die Stromdichte bei normalem Kathodenfall stark variierte, wurden die Kathodentemperaturen als gleich gemessen. Daraus wurde auf eine gleiche Gastemperatur und damit auf gleiche Gasdichte geschlossen, wodurch eine Korrektion kaum in Frage kam. Dieser Schluß ist jedoch durchaus nicht berechtigt, wie kurz gezeigt werden soll.

Die kugelförmige Kathode einer Glimmentladung befindet sich in der Mitte eines großen kugeligen Entladungsgefäßes. Wir sehen das Problem als eindimensional an, und suchen eine Lösung der Wärmeleitungsgleichung, die den Bedingungen genügt, daß an der Stelle $x = 0$ die Wärmemenge α pro Flächen-, Zeit- und Temperatureinheit von der Kathodenoberfläche an das umgebende Gas übergeht und in großer Entfernung von der Kathode die Temperatur konstant bleibt. Die Lösung dieses Problems finden wir z. B. in Riemann-Weber

$$u = C \cdot \Theta\left(\frac{x}{2\,a\sqrt{t}}\right) + C\, e^{\frac{a^2 a^2}{k^2}\cdot t + \frac{a}{k}x}\left[1 - \Theta\left(\frac{x}{2\,a\sqrt{t}} + \frac{a\cdot a}{k}\cdot\sqrt{t}\right)\right]. \tag{1}$$

u = Temperatur; x = Längenkoordinate, deren 0-Punkt in der Kugeloberfläche liegt. a^2 = Temperaturleitfähigkeit, α = Wärmeübergangszahl,

k = Wärmeleitfähigkeit, t = Zeit.

Wir beschränken uns der Einfachheit wegen auf den stationären Fall und die der Kathode eng anliegende Gasschicht. Dadurch wird (1) zu

$$u = \frac{k \cdot C}{a \cdot a \cdot \sqrt{\pi t}} \tag{2}$$

Durch die Beschränkung gewinnen wir den Vorteil, die Korrektion an den Ähnlichkeitssätzen ganz wie diese selbst in Form einer einfachen Proportionalitätsbetrachtung durchführen zu können. Über die Größe α finden sich einige Arbeiten von Langmuir[1]), der im Rahmen seiner Theorie speziell die Wärmeübergangszahl an Kugeln berechnet hat. Diese ist

$$\alpha = \frac{\varphi(T_1 T_2)}{\frac{1}{r} - \frac{1}{b}}. \tag{3}$$

Hierbei ist $\varphi(T_1 T_2)$ nur eine Funktion der beiden Randtemperaturen, r der Kugelradius und b der Radius der Grenzschicht. Wir gewinnen nun sofort die gesuchte Abhängigkeit der Gastemperatur von dem Radius der Kathode durch Einsetzen in (2). Vergleicht man nun zwei Kathoden mit den Radien r_1, r_2 und bezeichnet Temperaturen und Gaskonstante auch mit diesen Indizes, so erhält man für das Verhältnis der beiden Gastemperaturen in der unmittelbaren Nähe der Kathode

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{k_1 a_2 r_2}{k_2 a_1 r_1} \cdot \frac{b - r_1}{b - r_2}. \tag{4}$$

Da wir den Gasdruck zunächst als hinreichend konstant ansehen können, ergibt sich für die Dichte

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{p_1 u_2}{p_2 u_1}. \tag{5}$$

Die Ähnlichkeitssätze sagen nun aus: Wählt man die zu vergleichenden Drucke umgekehrt proportional wie die Radien, so verhalten sich die Stromdichten wie die Quadrate der Drucke

$$\frac{j_1}{j_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2, \tag{6}$$

wenn

$$\frac{r_2}{r_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right). \tag{7}$$

Nun folgt aus der ganzen Ableitung der Ähnlichkeitssätze, daß man eigentlich die Gasdichten mit den Stromdichten zu vergleichen hat. Wir müssen also, wie dies auch in der erwähnten Arbeit versucht wurde, die gemessenen Drucke auf die entsprechenden Gasdichten reduzieren. (6) und (5) ergibt dann $\frac{j_1}{j_2} = \left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{u_1}{u_2}\right)^2$. Unter Benutzung von (4) wird dann (6) zu

$$\frac{j_1}{j_2} = \left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2}\right)^2 \cdot \left[\frac{k_1 a_2 r_2 (b - r_1)}{k_2 a_1 r_1 (b - r_2)}\right]^2. \tag{8}$$

Da b ungefähr gleich dem Gefäßradius ist, so ist $(b - r_1)$, $(b - r_2)$ sehr wenig voneinander verschie-

1) R. Seeliger u. J. Schmekel, Ann. d. Phys. **73**, 249, 1924, vgl. auch R. Seeliger, Gasentladungen S. 142.

1) J. Langmuir, Phys. Rev. **34**, 401, 1912, Diss. Göttingen 1906, vgl. auch J. Schmekel, „Wärmeübertragung" in Handbuch d. phys., techn. Mechanik v. Auerbach-Hort **5**, 481.

den. Für die erste Näherung kann man weiterhin die Materialkonstanten als gleich ansehen. Dann ist

$$\frac{j_1}{j_2} = \left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2, \qquad (9)$$

d. h. die Stromdichte ist proportional dem Quadrat der Gasdichte und umgekehrt proportional dem Quadrat des Krümmungsradius. Für kleiner werdenden Radius muß also die Stromdichte abnehmen (vgl. Fig. 6 der Arbeit v. R. Seeliger u. J. Schmekel). Daß diese Formel sich nicht in eine für die Ebene gültige überführen läßt, liegt an der Ungenauigkeit der Rechnung und der Ähnlichkeitssätze.

Auf Grund des so eingeführten Wärmeübergangs kann man noch plausibel machen, daß die Temperatur der Kathode die gleiche ist, trotzdem bei normalem Kathodenfall und gleichem Druck die Stromdichte für kleineren Radius stark ansteigt. Da wir den gesamten Kathodenfall und den Druck konstant halten, die Dichte sich aber nach obigem ändert, kann natürlich bei größerer Dichte wegen der häufigeren Zusammenstöße nur ein geringerer Teil der Kathodenfallenergie für die Wärmeerzeugung an der Kathode vorhanden sein. Der nutzbare Teil des Kathodenfalls kann nach der Formel[1]) berechnet werden

$$E = \frac{\lambda E e}{\sqrt{2k}} \cdot \frac{e^{\sqrt{2k}\frac{x}{\lambda}} - 1}{e^{\sqrt{2k}\frac{x}{\lambda}} + 1}.$$

Es bedeutet λ = mittl. freie Weglänge, E = Feldstärke, e = Elementarladung, k = Beweglichkeit. Zum mindesten unter gewissen Bedingungen wird in erster Annäherung die Energie der mittl. freien Weglänge proportional sein. Damit ist eine Proportionalität des nutzbaren Falles E mit $\varrho \sim \frac{p}{u}$ gegeben. Da nun u in erster Näherung bei gleicher Kathodentemperatur mit r umgekehrt proportional ist, so ist $E \sim p \cdot r$, so daß $j \cdot E \sim \frac{p^3}{r}$ wird. Also ist $\frac{j_1 E_1}{j_2 E_2} \sim \frac{p_1^3 r_2}{p_2^3 r_1}$. Mit (7) wird dies zu $\frac{j_1 E_1}{j_2 E_2} \sim \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^4$, d. h. die pro Flächeneinheit zugeführte Energie ist unabhängig vom Kugelradius. Der Bereich der Versuche ist vielleicht nicht weit genug, um die Formel zu prüfen, andererseits ist aber auch die Ableitung zu wenig exakt, um eine bessere Übereinstimmung zu zeigen. Dies Ergebnis der gleichen Kathodentemperaturen mit dieser Erklärung würde gegen die oft vertretene Auffassung von Gastemperaturen sprechen, die über denen der Kathode liegen.

1) Vgl. R. Seeliger, Gasentladungen, S. 26.

In vielen Punkten ist dieses Ergebnis noch ergänzungsbedürftig. Abgesehen von der durch Stoß im Gas produzierten Wärme würde eine vollständige Rechnung von der Lösung (1) ausgehen müssen. Hierdurch bekommen wir das Verhältnis von Dunkelraumdicke zu Radius in die Rechnung hinein, das nach den Messungen eine Rolle spielt. Da nun für die Ausbildung des Kathodenfalls resp. der Stromdichte das ganze Fallgebiet bis in den Glimmsaum in Frage kommt, muß man mit einer mittl. Gasdichte für dieses Gebiet rechnen. Diese beruht auf einem Mittelwert der Temperaturen. Eine rechnerische Durchführung dieser Erweiterung sei einer späteren Veröffentlichung vorbehalten. Man wird aus der Energieberechnung an verschieden großen Kugeln zu einer exakten Erfassung der Verhältnisse kommen, die zur Bildung des normalen Kathodenfalls führen.

Nicht in demselben Maße sind für diese Rechnungen Zylinderelektroden geeignet, da sich hier der Wärmeübergang nur logarithmisch mit dem Radius ändert. Hier sowohl, wie bei Platten ist der Wärmeübergang bisher nicht berücksichtigt.

Greifswald, Dezember 1928.

(Eingegangen 28. Dezember 1928.)

Ableitung der Einsteinschen Formeln für die Brownsche Bewegung aus Impulsen der Molekülstöße.

Von V. Pospíšil.

Die mathematische Methode, welcher sich Einstein in seinen späteren Abhandlungen[1]) bedient, erlaubt in Verbindung mit dem Prinzipe der Superposition der Bewegungen eine anschauliche, kurze und übersichtliche Ableitung seiner Formeln für die Brownsche Bewegung[2]), so daß sich dieselbe für didaktische Zwecke gut eignen kann.

1. Formel für Translationsbewegung.

Eine Kugelpartikel von der Masse m und Halbmesser r sei in einem Gas- oder Flüssigkeitsmittel von der Temperatur T und Viskosität ζ suspendiert. Die Zeit t, für welche wir die Verschiebung suchen, teilen wir in eine sehr

1) Ann. d. Phys. **33**, 1105, 1910. Physik. Zeitschr. **18**, 121, 1917.

2) Die Ableitung wurde gegeben von Einstein, Smoluchowski, Langevin, Fletcher, Mme. de Haas-Lorentz, (Brownsche Bewegung, dortselbst auch die Literatur) und von Kar und Gosh, Physik. Zeitschr. **29**, 143, 1928.

große[1]) Zahl n gleicher Intervalle $\tau_1, \tau_2 \ldots \tau_n$. Zur Zeit $t = 0$ sei die Partikel ruhend. In dem ersten, sehr kurzen Intervalle τ_1 erfährt die Partikel durch einen oder einige Molekülstöße einen Impuls, dessen x-Komponente p_1 sei. Die daraus stammende Anfangsgeschwindigkeit ist $u_1 = p_1/m$.

Bezeichnen wir den Ausdruck $6\pi\zeta r$ aus dem Stokesschen Widerstandsgesetze mit K. Die Bewegungsgleichung lautet

$$m\frac{du}{dt} = -Ku. \qquad (1)$$

Daraus für die Geschwindigkeit u in beliebiger Zeit t

$$u = u_1 e^{-\frac{K}{m}t},$$

und für die Bahn (partielle Verschiebung) δ_1, welche die Partikel bis zur völligen Erschöpfung ihrer Bewegungsgröße zurücklegt

$$\delta_1 = u_1 \int_0^\infty e^{-\frac{K}{m}t} dt = \frac{p_1}{K}. \qquad (2)$$

Zu der oberen Integrationsgrenze sei bemerkt, daß die Zeitunendlichkeit praktisch eine sehr kurze Zeitdauer von der Ordnung 10^{-5} bis 10^{-6} sec darstellt, denn der Ausdruck m/K ist für eine Mikronpartikel von der Ordnung 10^{-7} bis 10^{-8} sec.

Im zweiten Intervalle τ_2 bekommt die Partikel den Impuls p_2, dann $p_3 \ldots$ bis p_n. Jeder der Impulse hat zufälliges Vorzeichen und zufällige Größe. Für die davon stammenden Partialverschiebungen δ_i gelten analoge Gleichungen zu der zweiten. Die resultierende Verschiebung in der Zeit t ist also

$$\Delta_x = \pm\delta_1 \pm \delta_2 \pm \cdots \pm \delta_n. \qquad (3)$$

Diese Gleichung setzen wir ins Quadrat. Rechts erhalten wir eine Summe der stets positiven Quadrate δ_i^2 und Produkte von der Form

$$\pm\delta_i 2\,(\pm\delta_{i+1} \pm \delta_{i+2} \pm \cdots \pm \delta_n).$$

Der wahrscheinliche Wert des Klammerausdruckes sei W. Nehmen wir also den Mittelwert aus einer genug großen Anzahl q ähnlicher Fälle, wobei auf die einzelnen Intervalle τ_i wieder der Größe und Vorzeichen nach zufällige δ_{ik} entfallen, so nähern sich die Mittelwerte $\overline{\delta_i^2}$ einer Größe, die für alle Intervalle denselben Wert hat, dagegen die Mittelwerte

$$\overline{\delta_i} = \frac{1}{q}(\pm\delta_{i_1} \pm \delta_{i_2} \pm \cdots \pm \delta_{i_q})$$

und somit auch die Produkte $\pm\overline{\delta_i}\,2\,W$ werden verschwinden. Es ist also

$$\overline{\Delta_x^2} = \sum_1^n \overline{\delta_i^2} = n\,\overline{\delta_i^2} = n\frac{\overline{p_i^2}}{K^2}. \qquad (4)$$

Das mittlere molekulare Impulsquadrat $\overline{p_i^2}$ bestimmen wir aus dem Äquipartitionsgesetze. Es sei U die x-Komponente der totalen Geschwindigkeit der Partikel, $P = mU$ ihre Bewegungsgröße, k die Boltzmannsche Konstante, so ist nach dem Äquipartitionsgesetze

$$\overline{P^2} = mkT. \qquad (5)$$

Zu Anfang eines beliebigen Zeitintervalles τ_i hat die Partikel die Bewegungsgröße $P_i = mU_i$, welche sich in der Zeit τ um $KU_i\tau$ verkleinert und gleichzeitig ändert sie sich um den Molekularimpuls $\pm p_i$. Ihre Bewegungsgröße am Anfang des nächsten Intervalles ist also

$$P_{i+1} = P_i - KU_i\tau \pm p_i. \qquad (6)$$

Setzen wir die Gleichung ins Quadrat und nehmen wieder den quadratischen Mittelwert. Nach 5 ist $\overline{P_{i+1}^2} = \overline{P_i^2}$. Die Glieder mit $\overline{p_i}$ verschwinden aus demselben Grunde wie oben. Das Glied mit τ^2, welches um mehrere Ordnungsstellen kleiner als die anderen ist, wird vernachlässigt. Es bleibt

$$\overline{p_i^2} = 2K\overline{P_iU_i}\tau. \qquad (7)$$

Eingesetzt in 4 mit Berücksichtigung, daß $\overline{P_iU_i} = kT$, $n\tau = t$ ergibt die Einsteinsche Formel

$$\overline{\Delta_x^2} = \frac{kT}{3\pi\zeta r}t.$$

2. Formel für Rotationsbewegung.

Wenn wir die vorige Überlegung fast wörtlich mit denselben Gleichungen wiederholen, indem wir unter m das Trägheitsmoment der Partikel, unter p_i die Impulsmomente der Molekülstöße, unter P_i die totalen Drehimpulse der Partikel, und unter u_i ihre partiellen und unter U_i ihre totalen Winkelgeschwindigkeiten (alle Größen in bezug auf eine Achse, z z. B.) verstehen, und indem wir statt δ_i den partiellen Umdrehungswinkel φ_i und statt $\Delta_x \ldots \Phi_z$ schreiben, und schließlich für K den Wert $8\pi\zeta r^3$ (die Kraft, welche sich einer Einheitswinkelgeschwindigkeit widersetzt) substituieren, so erhalten wir die zweite Formel

$$\overline{\Phi_z^2} = \frac{kT}{4\pi\zeta r^3}t.$$

Prag, Phys. Institut der böhm. techn. Hochschule.

(Eingegangen 1. Dezember 1928.)

1) Etwa von der Ordnung der Stoßzahl, welche für gewöhnliche Partikeln 10^{15}—10^{16} pro sec beträgt.

Zerstreuung von Röntgenstrahlen an einzelnen Molekeln.

Von P. Debye, L. Bewilogua und F. Ehrhardt.

(Vorläufige Mitteilung.)

1. Schon vor längerer Zeit machte der eine von uns zusammen mit Scherrer Versuche über die Zerstreuung von Röntgenstrahlen durch Flüssigkeiten in der Hoffnung, Interferenzen zu erzeugen, welche sich als zurückführbar erweisen sollten auf die Zusammenwirkung der Elementarwellen, welche von den einzelnen Atomen des freien Moleküls stammen. Es hat sich gezeigt, daß die bei solchen Versuchen beobachtbaren Interferenzringe im wesentlichen erklärt werden können durch die Interferenz der von den verschiedenen Molekeln als Ganzes kommenden Komponenten der Streustrahlung. Eine saubere Abtrennung dieses Effektes etwa durch Rechnung auf theoretischem Wege ist unmöglich, weil eine genügend genaue Theorie der Interferenzwirkung der regellos und dicht gelagerten Molekeln nicht besteht und, wenn überhaupt möglich, jedenfalls sehr schwierig ist. Demzufolge war ein Resultat der gesuchten Art nur zu erreichen durch eine experimentelle Elimination der Molekülinterferenzen und dazu war der einzige Weg, die Abstände der Moleküle genügend zu vergrößern, d. h. die Zerstreuung an Gasen oder Dämpfen zu beobachten. Es konnte gezeigt werden, daß der zu eliminierende Effekt in diesem Falle nur mehr eine relative Intensität haben kann vor der Größenordnung: Verhältnis des von den Molekeln eingenommenen Volumens zum gesamten Gasvolumen[1]). Die durch dieses Verhältnis gekennzeichnete Zahl ist bei Gasen von 1 Atm. Druck so klein gegen 1 (etwa 10^{-3}), daß Versuche unter solchen Umständen Interferenzfiguren ergeben müssen, die praktisch nur den etwaigen innermolekularen Interferenzen zugeschrieben werden können. Im vergangenen Jahre wurde die nötige Einrichtung im Leipziger Institut aufgestellt und mit ihr Versuche ausgeführt. Über einige dieser Versuche, von denen wir glauben, daß sie einen Nachweis der gesuchten Interferenzerscheinung bedeuten, soll im Folgenden berichtet werden.

Betrachtet man, wie das bei der Deutung der Kristallinterferenzen mit Erfolg geschieht, jedes Atom als Zentrum einer Streustrahlung, so ist es klar, daß ein feststehendes Molekül dadurch, daß es ein Atomgerüst mit bestimmter räumlicher Anordnung der aufbauenden Atome darstellt, eine Intensitätsverteilung der Streustrahlung hervorbringen wird, die als Funktion des Winkels Θ zwischen Primär- und Sekundärstrahl betrachtet, im allgemeinen Maxima und Minima aufweisen wird. Die Lage der Maxima ist in bestimmter, leicht angebbarer Weise von der räumlichen Atomanordnung abhängig. Die ganze Interferenzfigur stellt also bei geeigneter Deutung ein Bild der Atomanordnung dar. Nun ist es aber im Gase nicht möglich, etwa alle Molekeln parallel zu orientieren, es fragt sich also, ob nicht dadurch, daß alle möglichen Orientierungen vorkommen, der ganze Interferenzeffekt vollkommen verwischt wird. Die Rechnung zeigt, daß die Befürchtung nicht zutrifft und selbst bei vollkommener Regellosigkeit jener Orientierung immer noch Maxima und Minima auftreten sollten[1]). Im Spezialfalle z. B., daß man es mit lauter gleichen, streuenden Atomen im Molekül zu tun hat, enthält die Formel für die Intensität I der Streustrahlung den für uns hier allein wesentlichen Faktor

$$\sum_i \sum_j \frac{\sin x_{ij}}{x_{ij}},$$

in welcher x_{ij} eine Abkürzung ist für den Ausdruck

$$x_{ij} = 4\pi \frac{l_{ij}}{\lambda} \sin \frac{\Theta}{2}$$

und λ die Wellenlänge, Θ den Winkel zwischen Sekundär- und Primärstrahl und l_{ij} den Abstand zweier Atome im Molekül bedeutet, die mit den Zahlen i und j numeriert wurden. Wir werden unter Weglassung aller anderen, weniger wesentlichen Faktoren einfach

$$I = \sum_i \sum_j \frac{\sin x_{ij}}{x_{ij}}$$

setzen. Was weggelassen wurde, ist dann ein Faktor, der nach allen Erfahrungen über die Streuung einzelner Atome nur verhältnismäßig langsam und, was hauptsächlich wesentlich ist, stetig abnehmend mit zunehmendem Winkel Θ variiert[2]).

Besteht beispielsweise das streuende Molekül aus vier gleichen Atomen an den Ecken eines regulären Tetraeders mit der Kantenlänge a, so wird

$$I = \sum_{i=1}^{i=4} \sum_{j=1}^{j=4} \frac{\sin x_{ij}}{x_{ij}} = 4\left[1 + 3\frac{\sin x}{x}\right]$$

1) P. Debye, Physik. Zeitschr. **28**, 135, 1927.

1) P. Debye, Ann. d. Phys. **46**, 809, 1915.

2) Dieses kann theoretisch auf Grund der wellenmechanischen Ladungsverteilung im Atom geschlossen werden, geht aber auch deutlich hervor aus den experimentellen Arbeiten von W. L. Bragg und seinen Schülern. Für das *Hg*-Atom wurde dieselbe Tatsache direkt nachgewiesen durch die Versuche von P. Scherrer und A. Stäger; Helv. Phys. Acta 1, 518, 1928.

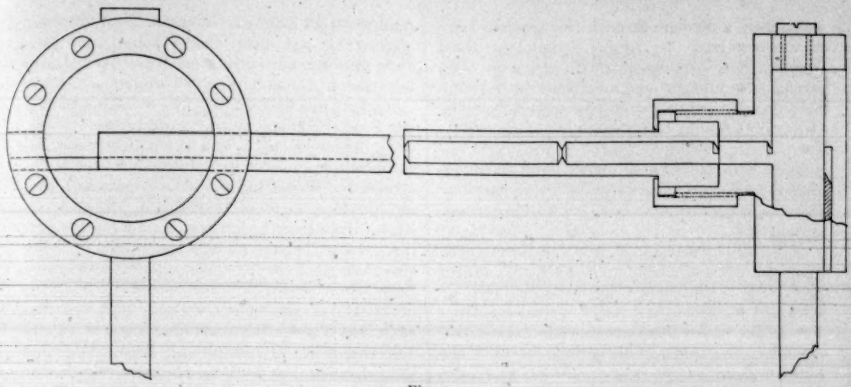

Fig. 1.

mit

$$x = 4\pi \frac{a}{\lambda} \sin \frac{\Theta}{2}.$$

Ein erstes Maximum von I liegt nahezu bei $x = 5\frac{\pi}{2}$, d. h. bei einem Winkel Θ_m, welcher sich aus der Formel

$$\sin \frac{\Theta_m}{2} = \frac{5}{8} \frac{\lambda}{a}$$

berechnet.

2. Die Versuche, über die hier berichtet wird, wurden ausgeführt mit folgender Anordnung. Durch ein geeignetes Blendensystem wird ein Röntgenstrahl von etwa 1 mm Durchmesser (an der vorletzten Blende gemessen) ausgeblendet, der in eine Zelle eintritt, welche mit dem zu untersuchenden Gas gefüllt ist, und dieses auf einer Strecke von 2 cm Länge durchsetzt. Durch ein Messingstäbchen, das als Schieber ausgebildet ist, wird er dann absorbiert. Die Vorderwand der Zelle mit kreisförmigen Querschnitt ist zur Hälfte mit einer halbkreisförmigen Messingplatte bedeckt, deren oberer Teil aus dem eben genannten schmalen Schieber besteht. Die andere Hälfte ist verschlossen mit einer Aluminiumfolie von 0,01 mm Dicke. Die Hinterwand ist mit einer Heizspirale versehen. Die einzelnen Dimensionen können entnommen werden aus Fig. 1, auf Grund der Angabe, daß der innere Zellendurchmesser 3 cm ist. Die ganze Anordnung ist so getroffen, daß keine Sekundärstrahlung der vom Primärstrahl berührten Metallteile aus der Zelle durch die Aluminiumfolie hindurch austreten kann. Die vom Gas herrührende Streustrahlung wird nach Durchdringung der Folie in einigen Zentimeter Abstand auf einen photographischen Film aufgefangen, welcher sich in einer Kassette befindet, deren Vorderteil aus schwarzen Papier besteht und in welcher die Rückwand, auf der der Film aufliegt, ein flaches Gefäß bildet, das durch strömendes Wasser gekühlt wird. Wie weit es gelungen ist, die Streuung der Metallteile zu eliminieren, zeigt Fig. 2[1]), die Reproduktion einer 15stündigen Aufnahme, bei welcher die Kammer luftleer war und sich in einem luftleeren Raum befand. Als Strahlungsquelle diente ein Ionenrohr aus Metall nach Hadding mit Kupfer-Antikathode, das bei 40 kV.-Spannung mit 15 mA. betrieben wurde und dementsprechend 0,6 kW.-Leistung aufnahm. Eine in Betracht kommende Schwärzung der Platte ist nicht vorhanden. Nachdem durch diese Kontrollaufnahme die Zelle als geeignet befunden war, wurden Aufnahmen gemacht mit Luftfüllung. Fig. 3 ist die Reproduktion einer solchen Aufnahme, wie sie bei 20- bis 30stündiger Belichtung erhalten wird. Die Streuung ist vorhanden, aber der Abfall der Schwärzung nach größeren Winkeln hin ist gleichmäßig[2]). Betrachtet man ein Stickstoff-Molekül als aus zwei streuenden Zentren bestehend, so würde nach der früher angegebenen Formel die Intensität zu berechnen sein als

$$I = 2\left(1 + \frac{\sin x}{x}\right).$$

Ein verwaschener Ring wäre deshalb möglich. Nun sind aber einerseits die Atome für die Berechnung der Streuung nicht als punktförmig

1) Die Figuren 2—5 befinden sich auf Tafel II.

2) C. S. Barrett, Phys. Rev. **32**, 22, 1928, berichtet über Zerstreuungsmessungen an H_2, He, N_2, O_2, A und CO_2, bei denen ebenfalls keine Interferenzmaxima gefunden wurden.

anzusehen, außerdem ist noch eine gewisse Temperaturbewegung der Atome vorhanden. Dazu kommt, daß der Gasraum, in dem die Zerstreuung stattfindet, eine merkliche Ausdehnung hat. Die genannten Umstände wirken im Sinne einer Verwischung der theoretisch dargestellten Interferenzerscheinung. Die Formel ist also auf keinem Fall als wirkliche Darstellung des Intensitätsverlaufes zu interpretieren, sie kann nur einen Hinweis geben auf das, was man im Experiment suchen soll.

Viel aussichtsreicher schien uns das Experiment mit dem Molekül CCl_4. Nach den Ergebnissen der organischen Chemie liegen hier vier schwere Chloratome in den Ecken eines regulären Tetraeders, haben also konstante Abstände a voneinander. Außerdem ist die geringe Streuung des leichten Zentralatoms sicher praktisch gegen die Streuung der vier äußeren zu vernachlässigen. Die theoretische Intensitätsformel ist die weiter oben angegebene, das Glied, welches Maxima und Minima der Intensität herbeiführen kann, ist dreimal größer als bei zweiatomigen Molekeln.

Der Versuch wurde so ausgeführt, daß die Zelle dauernd in Verbindung stand mit einem Siedegefäß, das mit einem Rückflußkühler versehen war und in dem der Tetrachlorkohlenstoff fortgesetzt siedete. Der Siedepunkt der Flüssigkeit liegt bei 76,7° C; die Zelle wurde mit Hilfe der Heizspirale auf einer höheren Temperatur von etwa 85° C gehalten. Vor Beginn des Versuches wurde die Zelle durch Herausdrehen einer oben angebrachten Schraube geöffnet und so lange gewartet, bis die Luft mit dem ausströmenden Dampf entwichen war. Die früher erwähnte Kühlung des in einigen Zentimetern Abstand von der Vorderseite des Zelle befindlichen Filmes war in Tätigkeit, um eine Beschädigung der empfindlichen Schicht durch Hitze zu verhüten. In Fig. 4 ist eine Aufnahme der Streuung an CCl_4-Dampf reproduziert. Die Expositionszeit war 20 Stunden, der Abstand von der Vorderseite der Zelle bis zum Film 1,5 cm. Jetzt tritt ein deutlich erkennbarer Interferenzring auf. Fig. 5 zeigt eine mit einem Kochschen registrierenden Photometer aufgenommene Schwärzungskurve quer durch die Aufnahme. Obwohl eine Täuschung durch etwa in der Zelle auf die Wand kondensierte Flüssigkeit nicht nur wegen der über dem Siedepunkt gehaltenen Temperatur der Zelle, sondern auch deshalb unmöglich erscheint, weil die einzige Stelle, wo ein solches Kondensat im Primärstrahl liegen könnte, nach dem Film hin durch Messing abgeschirmt ist, wurden dennoch mehrere Kontrollversuche gemacht. Einmal wurde die Zelle dauernd auf 120° C statt auf 85° C gehalten. Das änderte an der Erscheinung nichts. Außerdem wurde bei einem anderen Versuch vor dem Aluminiumblech (außerhalb der Zelle) ein Gitter von Kupferdrähten angebracht, das dazu dienen sollte, mit aller Sicherheit für eine genügend hohe Temperatur der dünnen Aluminiumfolie zu sorgen. In dieser Aufnahme ist zwischen dem Schatten der Drähte der Ring wiederum deutlich zu erkennen.

3. Aus den angegebenen Versuchsresultaten glauben wir schließen zu dürfen, daß der beobachtete Interferenzring tatsächlich von den inneren Interferenzen im einzelnen CCl_4-Molekül herrührt. Um den Winkel, unter dem der Ring auftritt, etwas genauer zu bestimmen, wurde noch eine zweite Aufnahme mit vergrößertem Abstande Zelle—Film gemacht. Aus diesen Aufnahmen konnte auch entnommen werden, daß der Bereich, von dem die Streustrahlung ausgeht, innerhalb der Zelle im Dampfraum liegt. Für den Winkel, unter dem der Ring erscheint, wurde der Wert $\Theta_m = 34^0$ mit einem Fehler von etwa $\pm$ 10 Proz. gefunden. Setzt man diesen Wert in die eingangs erwähnte Formel

$$\sin\frac{\Theta_m}{2} = \frac{5}{8}\frac{\lambda}{a}$$

ein und setzt $\lambda = 1{,}54$ Å (K_α-Linie der Kupferstrahlung), so errechnet sich

$$a = 3{,}3 \text{ Å}.$$

Diese Zahl stellt nach unseren Überlegungen den Abstand zweier Chlor-Atome im CCl_4-Molekül dar, welcher hier mit Hilfe einer direkten interferometrischen Methode bestimmt ist. Zum Vergleiche sei erwähnt, daß Wasastjerna auf Grund seiner Überlegungen über den Raumbedarf der Atome im Kristall zum Werte 1,72 Å für den Radius des Cl-Ions kommt. Zwei solche Ionen würden also danach einen Abstand von 3,44 Å haben bei gegenseitiger Berührung.

Es ist noch von Interesse einen Vergleich anzustellen mit dem Resultat, welches man bei der Durchstrahlung von flüssigem Tetrachlorkohlenstoff erhält. Nach den Angaben von Wyckoff[1]) tritt in letzterem Falle bei Verwendung von Kupferstrahlung ein Ring auf unter einem Winkel $\Theta = 18^0$. Das von uns gefundene Maximum liegt bei $\Theta = 34^0$, hat also mit dem Flüssigkeitsring nichts zu tun. Neben dem Hauptmaximum ist aber bei der Flüssigkeit noch ein schwaches Nebenmaximum bei $\Theta = 31^0$ beobachtet worden. Es wäre nicht ausgeschlossen, daß dieses Nebenmaximum mit dem Dampfring identisch ist. Sollte diese Vermutung zutreffen, dann würden unsre Aufnahmen an Dampf den Nachweis für die alte Vermutung erbringen, daß

1) R. W. G. Wyckoff, The Structure of Crystals, New York 1924, 383, Amer. Journ. of Science 5, 455, 1923.

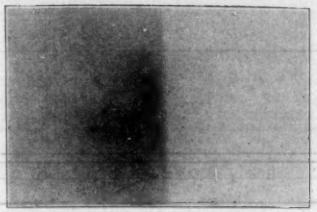

Fig. 2.

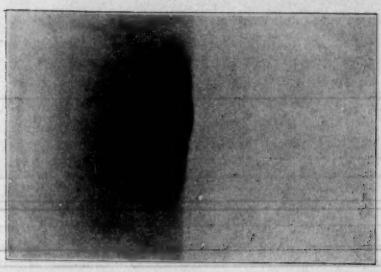

Fig. 3.

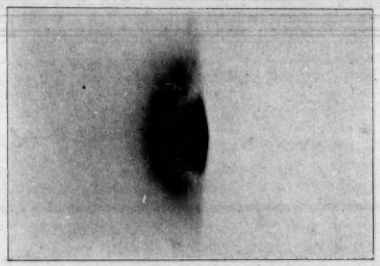

Fig. 4.

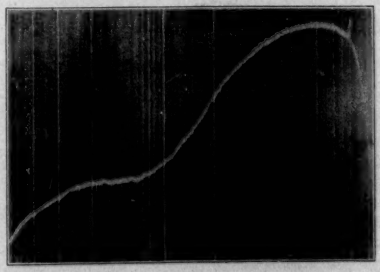

Fig. 5.

die Flüssigkeitsaufnahmen eine Übereinanderlagerung zweier Effekte darstellen, von denen der uns hier interessierende allerdings vielfach durch den zwischenmolekularen Effekt überstrahlt wird. Der zweite Ring, der bei Flüssigkeiten nach Versuchen von Katz[1]) stets dann auftritt, wenn mit einem Zentralatom drei oder vier gleiche Atomgruppen gekoppelt sind, ist möglicherweise ebenfalls das Resultat innermolekularer Interferenzen.

Die Versuche werden mit anderen Gasen und Dämpfen fortgesetzt[1]), außerdem wird an der Verbesserung einiger anderer Anordnungen gearbeitet, welche die Interferenzerscheinung reiner und über einen größeren Winkelbereich beobachten lassen. Als Ziel, welches zu erreichen versucht werden soll, denken wir nicht nur an eine Messung von Atomabständen im Einzelmolekül auf Grund des aus der Chemie entnommenen räumlichen Bildes der Atomanordnung, sondern ebenso an die reziproke Aufgabe der Prüfung solcher Bilder auf Grund des beobachteten Intensitätsverlaufes.

1) J. R. Katz und J. Selman, Zeitschr. f. Phys. **46**, 392, 1928. Weitere interessante Versuche über die Zerstreuung an Flüssigkeiten sind in den letzten Jahren hauptsächlich ausgeführt worden von G. W. Stewart (Phys. Rev. 1927 und 1928) und im Laboratorium von Raman, insbesondere von C. M. Sogani, Ind. Journ. of Phys. **1**, 357, 1927. Vgl. auch den zusammenfassenden Bericht von C. Drucker, Phys. Zeitschr. **29**, 273, 1928.

1) Inzwischen ist auch bei Chloroformdampf ein Interferenzmaximum beobachtet worden. Nur drei Atome wirken hier zusammen, dementsprechend ist das Maximum verwaschener als bei Tetrachlorkohlenstoff.

Leipzig, 21. Dezember 1928.

(Eingegangen 22. Dezember 1928.)

Die Beugung am ebenen, unendlich gut leitenden Gitter.

Von G. Jaffé und E. Fischer.

Die strenge Behandlung der Beugung als eines Randwertproblems der Maxwellschen Theorie läßt sich, wie der eine von uns gezeigt hat[1]), in einer umfassenden Klasse von Fällen ideal leitender Schirme auf eine Integralgleichung erster Art zurückführen. Das Beispiel des ebenen Gitters, an dem die Methode dargelegt wurde, ist seitdem von dem zweiten von uns auf ein anderes, neuartiges mathematisches Problem zurückgeführt und es ist auch ein Weg zur numerischen Durchrechnung angegeben worden[2]). Dabei wurde zugleich das elektromagnetische Analogon des Babinetschen Theorems für ebene Gitter aufgestellt. Geht man nämlich — senkrechte Inzidenz vorausgesetzt — von dem Fall, bei dem die einfallende Welle parallel zu den Gitterspalten polarisiert ist, zu einem gewissen „komplementären Fall" über, so bleibt die Beugungsaufgabe die gleiche. Der komplementäre Fall entsteht aus dem ursprünglichen, indem man im Gitter Öffnungen und Wände vertauscht und gleichzeitig die Polarisationsebene um 90° dreht[3]).

Im folgenden soll nun im engeren Anschluß an die ursprüngliche Behandlungsweise ein Verfahren angegeben werden, das einer Auflösung der Integralgleichung erster Art äquivalent ist und die numerische Berechnung durch sukzessive Approximation gestattet.

Das unbegrenzte, ideal leitende Gitter bilde die y, z-Ebene eines rechtshändigen Koordinatensystems, und zwar derart, daß die Gitterspalten der z-Achse parallel sind. Wir wollen der Allgemeinheit halber zunächst annehmen, daß es sich um ein „Gruppengitter" („Partiegitter") handele, d. h. eine endliche Gruppe von Öffnungen und Wandstreifen beliebiger Breiten möge sich im Abstande d unbegrenzt wiederholen. Wir bezeichnen mit a die Gesamtheit derjenigen (endlich vielen) Teilintervalle von d, längs deren das leitende Material entfernt ist, mit b die Gesamtheit der übrigen Teilintervalle von d.

Das einfallende Licht bewege sich in Richtung der positiven x-Achse und sei eine Welle von der Amplitude 1, die parallel zu den Gitterspalten polarisiert ist, d. h. der magnetische Vektor habe die Richtung der z-Achse. Nach dem oben Gesagten bedeutet diese Annahme keine Einschränkung des Problems. Unter diesen Umständen hängt die Aufgabe nicht von der z-Koordinate ab, und die Maxwellschen Gleichungen reduzieren sich auf die folgenden:

$$\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y} = \frac{1}{c}\dot{\mathfrak{E}}_x, \quad -\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x} = \frac{1}{c}\dot{\mathfrak{E}}_y, \quad \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial y} = -\frac{1}{c}\dot{\mathfrak{H}}_z. \tag{1}$$

1) G. Jaffé, Physik. Zeitschr. **22**, 578, 1921. Man vgl. auch A. Landé, Ann. d. Phys. **57**, 519, 1918.
2) E. Fischer, Math. Ann. Jahrgang 1929.
3) E. Fischer, a. a. O. § 4.

Dabei ist der Einfachheit halber angenommen, daß im umgebenden Medium $\varepsilon = \mu = 1$ ist. Die Randbedingungen erfordern längs der Gitterwand auf beiden Seiten das Verschwinden von $\mathfrak{E}_y$. Außerdem müssen die tangentiellen Komponenten von $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ in den Gitteröffnungen stetig sein[1]), und es muß der „Ausstrahlungsbedingung" genügt werden, d. h. es dürfen außer der einfallenden Welle nur auslaufende Wellen auftreten.

Beschränkt man sich auf sinusförmige Schwingungen und spaltet demgemäß den Zeitfaktor in der üblichen Weise ab:

$$\mathfrak{E}_x = E_x \cdot e^{2\pi i \nu t}, \quad \mathfrak{E}_y = E_y \cdot e^{2\pi i \nu t}, \quad \mathfrak{H}_z = H_z \cdot e^{2\pi i \nu t}, \tag{2}$$

so überzeugt man sich leicht, daß das folgende System den Gleichungen (1) genügt[2]):

für $x < 0$

$$\left.\begin{aligned} H_z &= e^{-ikx} + e^{+ikx} + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik\alpha_m x}}{ik\alpha_m d} \cdot \int_a^{\cdot} h(\eta) \cdot e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} d\eta, \\ E_x &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{2\pi i m \cdot e^{ik\alpha_m x}}{k^2 d^2 \alpha_m} \cdot \int_a^{\cdot} h(\eta) \cdot e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} d\eta, \\ E_y &= e^{-ikx} - e^{+ikx} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik\alpha_m x}}{ikd} \cdot \int_a^{\cdot} h(\eta) \cdot e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} d\eta; \end{aligned}\right\} \tag{3a}$$

für $x > 0$

$$\left.\begin{aligned} H_z &= -\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-ik\alpha_m x}}{ik\alpha_m d} \cdot \int_a^{\cdot} h(\eta) \cdot e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} d\eta, \\ E_x &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{2\pi i m e^{-ik\alpha_m x}}{k^2 d^2 \alpha_m} \cdot \int_a^{\cdot} h(\eta) \cdot e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} d\eta, \\ E_y &= -\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-ik\alpha_m x}}{ikd} \cdot \int_a^{\cdot} h(\eta) \cdot e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} d\eta. \end{aligned}\right\} \tag{3b}$$

Dabei ist

$$k = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{4}$$

(λ = Wellenlänge) gesetzt, und über die Konstanten α_m ist folgendermaßen verfügt:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_m &= \left|\sqrt{1 - m^2 \frac{\lambda^2}{d^2}}\right|, \quad \text{falls } 1 > m^2 \frac{\lambda^2}{d^2}, \\ \alpha_m &= -i \left|\sqrt{m^2 \frac{\lambda^2}{d^2} - 1}\right|, \quad \text{falls } 1 < m^2 \frac{\lambda^2}{d^2}. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Durch diese Festsetzungen ist erreicht, daß der Ausstrahlungsbedingung genügt wird; der Sonderfall, daß die Gitterkonstante d ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist, so daß also für ein bestimmtes $m = m^*$

$$\alpha_{m^*} = \sqrt{1 - m^{*2} \frac{\lambda^2}{d^2}} = 0. \tag{6}$$

wird, sei vorläufig ausgeschlossen.

Die Funktion $h(y)$ im Lösungsansatz (3a, b) ist noch zu bestimmen. Die Integrationen sind über das Teilintervall a von d zu erstrecken, wodurch auf Grund des Fourierschen Theorems den

1) Die Stetigkeit von $\mathfrak{E}_x$ ist dann bereits durch die Maxwellschen Gleichungen gewährleistet.
2) Man vgl. G. Jaffé a. a. O.

Bedingungen

$$(E_y)_{x=+0} = (E_y)_{x=-0} = 0 \quad \text{für } y \text{ in } b$$

genügt wird. Ebenso wird der Forderung

$$(E_y)_{x=+0} = (E_y)_{x=-0} \qquad \text{für } y \text{ in } a$$

schon durch den Ansatz genügt. Damit aber auch die Stetigkeitsbedingung

$$(H_z)_{x=+0} = (H_z)_{x=-0} \qquad \text{für } y \text{ in } a$$

erfüllt ist, muß die Funktion $h(y)$ im Intervall a aus der Beziehung

$$-ik = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\alpha_m d} \int_a h(\eta) \cdot e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} \, d\eta \tag{7}$$

bestimmt werden.

Vertauscht man hier die Reihenfolge von Summation und Integration[1]), so gelangt man zu der schon früher aufgestellten Integralgleichung erster Art. Da sich aber zur Auflösung dieser Integralgleichung keine bequeme Handhabe bietet, empfiehlt sich folgender Kunstgriff: Man addiert zu Gleichung (7) die Identität:

$$0 = h(y) - \frac{1}{d} \cdot \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_a e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} h(\eta) \, d\eta \tag{8}$$

und erhält so zur Bestimmung der Funktion $h(y)$ für das Intervall a die Funktionalgleichung:

$$-ik = h(y) - \frac{1}{d} \cdot \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{\alpha_m}\right) \int_a e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} h(\eta) \, d\eta \,. \tag{9}$$

Diese Funktionalgleichung weist in ihrem Bau weitgehende Ähnlichkeiten mit den linearen Integralgleichungen zweiter Art auf, kann aber nicht — wie das bei der Gleichung erster Art möglich war — durch Vertauschung von Summation und Integration in eine solche verwandelt werden, weil sonst ein divergenter Kern entstünde. Trotzdem kann man in formal derselben Weise wie bei einer Integralgleichung zweiter Art die Lösung in Gestalt einer Neumannschen Reihe ansetzen:

$$h(y) = h_0(y) + h_1(y) + h_2(y) + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} h_n(y) \,, \tag{10}$$

wobei die $h_n(y)$ durch folgende Rekursionsformeln gegeben sind:

$$\left.\begin{aligned}
h_0(y) &= -ik \,, \\
h_1(y) &= \frac{1}{d} \cdot \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{\alpha_m}\right) \cdot \int_a e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} h_0(\eta) \, d\eta \,, \\
h_2(y) &= \frac{1}{d} \cdot \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{\alpha_m}\right) \cdot \int_a e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} h_1(\eta) \, d\eta \,, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
h_{n+1}(y) &= \frac{1}{d} \cdot \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{\alpha_m}\right) \cdot \int_a e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} h_n(\eta) \, d\eta \,, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

1) Es läßt sich leicht zeigen, daß diese Vertauschung statthaft ist, wenn man über die gesuchte Funktion $h(y)$ gewisse Voraussetzungen macht, z. B. annimmt, daß sie samt dem Quadrate ihres Absolutbetrages im Lebesgueschen Sinne integrierbar ist.

Damit ist ein Verfahren angegeben, das gestattet, die Beugungsaufgabe durch sukzessive Approximation zu lösen. Die nullte Approximation $h(y) = \text{const}$ entspricht dem Kirchhoffschen Ansatz. Versucht man allerdings, die Konvergenz der Neumannschen Reihe für beliebige Werte von λ zu beweisen, so stößt man auf große Schwierigkeiten. Nur in zwei Grenzfällen läßt sich dieser Beweis ohne Mühe erbringen.

1. Ist nämlich λ sehr klein gegen d, so kann man in erster Annäherung $\lambda = 0$, d. h. $\frac{1}{\alpha_m} = 1$ setzen. Dann reduziert sich die Neumannsche Reihe auf ihr erstes Glied:

$$h(y) = -ik. \tag{12}$$

2. Ist dagegen λ sehr groß gegen d, so kann man alle $\frac{1}{\alpha_m}$ (außer $\frac{1}{\alpha_0}$, das gleich 1 ist) gleich null setzen und erhält dadurch für die $h_n(y)$ folgende Werte:

$$\left.\begin{aligned}
h_0(y) &= -ik,\\
h_1(y) &= h_0(y) - \frac{1}{d}\int_a h_0(\eta)\,d\eta = -ik\left(1 - \frac{a}{d}\right),\\
h_2(y) &= h_1(y) - \frac{1}{d}\int_a h_1(\eta)\,d\eta = -ik\left(1 - \frac{a}{d}\right)^2,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
h_{n+1}(y) &= h_n(y) - \frac{1}{d}\int_a h_n(\eta)\,d\eta = -ik\left(1 - \frac{a}{d}\right)^{n+1}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right\} \text{für } y \text{ in } a \tag{13}$$

Dabei bedeutet a die Gesamtlänge der Teilintervalle von a. Die Neumannsche Reihe ist also in diesem Falle eine (wegen $1 - \frac{a}{d} < 1$) konvergente geometrische Reihe mit der Summe $-ik\frac{d}{a}$:

$$h(y) = \sum_{n=0}^{\infty} h_n(y) = -ik \cdot \sum_{n=0}^{\infty}\left(1 - \frac{a}{d}\right)^n = -ik\frac{d}{a}. \tag{14}$$

Bildet man mit dem so errechneten $h(y)$ die Lösung (3a, b) bzw. diejenige für den komplementären Fall[1]), so ergibt sich die bekannte Tatsache, daß für $\lambda \gg d$ keine reellen Beugungsspektren auftreten, sondern die ankommende Welle, vom „imaginären Spektrum" (Lichtdiffusion) abgesehen, entweder das Gitter in gerader Richtung und nahezu ungeschwächt passiert (wenn nämlich die Schwingungen parallel zu den Spalten polarisiert sind) oder (im komplementären Fall) ebenso vollständig reflektiert wird (Hertzeffekt).

Es sind noch einige Worte über den bisher ausgeschlossenen Fall zu sagen, daß es ein $m = m^*$ gibt, für das Gleichung (6) erfüllt ist. Unser Lösungsansatz (3a, b) und auch die Funktionalgleichung (7) bleiben dann gültig, wenn überall in den Summen das Glied mit $m = m^*$ unterdrückt wird. Da andererseits in der Gleichung (8) das Glied mit $m = m^*$ nicht fehlen darf, ergibt sich statt der Funktionalgleichung (9) die folgende:

$$-ik = h(y) - \frac{1}{d}\int_a e^{2\pi i m^* \frac{y-\eta}{d}} h(\eta)\,d\eta - \frac{1}{d}\cdot{\sum_{m=-\infty}^{+\infty}}'\left(1 - \frac{1}{\alpha_m}\right)\int_a e^{2\pi i m \frac{y-\eta}{d}} h(\eta)\,d\eta; \tag{15}$$

dabei deutet der Apostroph an dem Summenzeichen an, daß der Summand mit $m = m^*$ fehlt. Die weitere Behandlung von (15) gestaltet sich nunmehr genau so wie die von (9).

Wir gehen nun dazu über, für die beiden oben behandelten Grenzfälle die Lösung explizit und in reeller Form anzugeben. Um übersichtliche Formeln zu erhalten, beschränken wir uns aber auf einfache Strichgitter von der Spaltbreite $\delta < d$. Es erweist sich als zweckmäßig, den Ursprung des Koordinatensystems in den Mittelpunkt eines der Spalte zu legen. Bezeichnen wir die in der Lö-

1) E. Fischer, a. a. O.

sung (3 a, b) auftretenden Fourierkoeffizienten von $h(y)$ mit $\frac{1}{d} H_m$, also

$$H_m = \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} h(\eta) \cdot e^{-2\pi i m \frac{\eta}{d}} d\eta , \tag{16}$$

so ergeben sich im ersten Spezialfall ($\lambda \ll d$) aus $h(y) = -ik$ für die H_m folgende Werte:

$$H_0 = -ik\delta , \quad H_m = -\frac{ikd}{\pi m} \sin \pi m \frac{\delta}{d} \quad (m = 1, 2, 3 \cdots) . \tag{17}$$

Es ist also

$$H_m = H_{-m}$$

und außerdem nach (5)

$$\alpha_m = \alpha_{-m} .$$

Setzt man diese Werte in die Formeln (3 a, b) ein, so erhält man in den reellen Teilen der komplexen Größen (2) die gesuchte Lösung. Es ergibt sich für $x \leqslant 0$:

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{H}_z &= \cos 2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right) + \left(1 - \frac{\delta}{d}\right) \cos 2\pi\nu\left(t + \frac{x}{c}\right) \\
&\quad - \sum_{m=-M}^{+M}{}' \frac{\sin \pi m \frac{\delta}{d}}{\pi m |\alpha_m|} \cdot \cos 2\pi\nu\left(t + \frac{|\alpha_m| x + m \frac{\lambda}{d} y}{c}\right) \\
&\quad + \sum_{m=M+1}^{\infty} 2 \cdot \frac{\sin \pi m \frac{\delta}{d}}{\pi m |\alpha_m|} \cdot e^{k|\alpha_m| x} \cdot \sin 2\pi\nu t \cdot \cos 2\pi m \frac{y}{d} , \\
\mathfrak{E}_x &= - \sum_{m=-M}^{+M}{}' 2 \cdot \frac{\sin \pi m \frac{\delta}{d}}{kd |\alpha_m|} \cdot \cos 2\pi\nu\left(t + \frac{|\alpha_m| x + m \frac{\lambda}{d} y}{c}\right) \\
&\quad + \sum_{m=M+1}^{\infty} 4 \cdot \frac{\sin \pi m \frac{\delta}{d}}{kd |\alpha_m|} \cdot e^{k|\alpha_m| x} \cdot \cos 2\pi\nu t \cdot \sin 2\pi m \frac{y}{d} , \\
\mathfrak{E}_y &= \cos 2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right) - \left(1 - \frac{\delta}{d}\right) \cos 2\pi\nu\left(t + \frac{x}{c}\right) \\
&\quad + \sum_{m=-M}^{+M}{}' \frac{\sin \pi m \frac{\delta}{d}}{\pi m} \cdot \cos 2\pi\nu\left(t + \frac{|\alpha_m| x + m \frac{\lambda}{d} y}{c}\right) \\
&\quad + \sum_{m=M+1}^{\infty} 2 \cdot \frac{\sin \pi m \frac{\delta}{d}}{\pi m} \cdot e^{k|\alpha_m| x} \cdot \cos 2\pi\nu t \cdot \cos 2\pi m \frac{y}{d} .
\end{aligned}\right\} \tag{18a}$$

Dabei ist M so bestimmt, daß

$$1 > M^2 \frac{\lambda^2}{d^2} , \text{ aber } 1 < (M+1)^2 \frac{\lambda^2}{d^2} .$$

Der Apostroph am Summenzeichen mag daran erinnern, daß bei der Summation der Index $m = 0$ auszulassen ist.

Entsprechend erhält man für $x > 0$:

$$
\begin{aligned}
\mathfrak{H}_z &= \frac{\delta}{d}\cdot\cos 2\pi\nu\left(t-\frac{x}{c}\right)\\
&\quad+\sum_{m=-M}^{+M\,\prime}\frac{\sin\pi m\frac{\delta}{d}}{\pi m\,|\,\alpha_m\,|}\cdot\cos 2\pi\nu\left(t+\frac{-\,|\,\alpha_m\,|\,x+m\frac{\lambda}{d}y}{c}\right)\\
&\quad-\sum_{m=M+1}^{\infty}2\cdot\frac{\sin\pi m\frac{\delta}{d}}{\pi m\,|\,\alpha_m\,|}\cdot e^{-k\,|\,\alpha_m\,|\,x}\cdot\sin 2\pi\nu t\cdot\cos 2\pi m\frac{y}{d},\\
\mathfrak{E}_x &= \sum_{m=-M}^{+M\,\prime}2\cdot\frac{\sin\pi m\frac{\delta}{d}}{kd\,|\,\alpha_m\,|}\cdot\cos 2\pi\nu\left(t+\frac{-\,|\,\alpha_m\,|\,x+m\frac{\lambda}{d}y}{c}\right)\\
&\quad-\sum_{m=M+1}^{\infty}4\cdot\frac{\sin\pi m\frac{\delta}{d}}{kd\,|\,\alpha_m\,|}\cdot e^{-k\,|\,\alpha_m\,|\,x}\cdot\cos 2\pi\nu t\cdot\sin 2\pi m\frac{y}{d},\\
\mathfrak{E}_y &= \frac{\delta}{d}\cos 2\pi\nu\left(t-\frac{x}{c}\right)\\
&\quad+\sum_{m=-M}^{+M\,\prime}\frac{\sin\pi m\frac{\delta}{d}}{\pi m}\cdot\cos 2\pi\nu\left(t+\frac{-\,|\,\alpha_m\,|\,x+m\frac{\lambda}{d}y}{c}\right)\\
&\quad+\sum_{m=M+1}^{\infty}2\cdot\frac{\sin\pi m\frac{\delta}{d}}{\pi m}\cdot e^{-k\,|\,\alpha_m\,|\,x}\cdot\cos 2\pi\nu t\cdot\cos 2\pi m\frac{y}{d}.
\end{aligned}
\tag{18b}
$$

Die Lösung enthält außer der einfallenden Welle $\cos 2\pi\nu\left(t-\frac{x}{c}\right)$ auf der Seite der negativen x eine reflektierte Welle von der Amplitude $\left(1-\frac{\delta}{d}\right)$, auf der Seite der positiven x eine Beugungswelle nullter Ordnung von der Amplitude $\frac{\delta}{d}$. Die Amplituden der reflektierten und durchgelassenen Welle verhalten sich also zueinander wie die Wandbreite zur Spaltbreite. Darüber lagert sich auf beiden Seiten des Gitters eine endliche Anzahl von reellen Beugungsspektren mit den Amplituden (für den magnetischen oder elektrischen Vektor):

$$A_m=\frac{\sin\pi m\frac{\delta}{d}}{\pi m\,|\,\alpha_m\,|},\qquad |\,m\,|\leq M.$$

Die Fortpflanzungsrichtungen dieser Beugungswellen stimmen mit den aus der elementaren Beugungstheorie bekannten überein $\left(\text{Richtungscosinusse: } \pm\sqrt{1-m^2\frac{\lambda^2}{d^2}} \text{ und } \pm m\frac{\lambda}{d}\right)$. Außerdem tritt in unmittelbarer Nachbarschaft des Gitters eine Gruppe stehender inhomogener Wellen auf, deren Amplituden mit wachsender Entfernung von der Gitterwand — weil mit dem Faktor $e^{-|k\cdot x|}$ behaftet — rasch abnehmen. Dieses „imaginäre Spektrum" stellt keinen vom Gitter ausgehenden Lichtstrom vor.

Im zweiten Spezialfall ($\lambda \gg d$) folgt aus $h(y)=-ik\frac{d}{\delta}$, daß

$$H_0=-ikd,\quad H_m=\frac{-ikd^2}{\pi m\delta}\cdot\sin\pi m\frac{\delta}{d},\tag{19}$$

also wiederum

$$H_m=H_{-m}$$

ist. Dies liefert, in die Formeln (3 a, b) eingesetzt, folgende Lösung:

für $x < 0$ wird:

$$\mathfrak{H}_z = \cos 2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} 2 \cdot \frac{d}{\delta} \frac{\sin \pi m \frac{\delta}{d}}{\pi m \,|\, \alpha_m} \cdot e^{k\,|\,\alpha_m\,|\,x} \cdot \sin 2\pi\nu t \cdot \cos 2\pi m \frac{y}{d},$$

$$\mathfrak{E}_x = \sum_{m=1}^{\infty} 4 \cdot \frac{\sin \pi m \frac{\delta}{d}}{\delta k \,|\, \alpha_m} \cdot e^{k\,|\,\alpha_m\,|\,x} \cdot \cos 2\pi\nu t \cdot \sin 2\pi m \frac{y}{d}; \qquad (20\,a)$$

$$\mathfrak{E}_y = \cos 2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} 2 \cdot \frac{d}{\delta} \frac{\sin \pi m \frac{\delta}{d}}{\pi m} \cdot e^{k\,|\,\alpha_m\,|\,x} \cdot \cos 2\pi\nu t \cdot \cos 2\pi m \frac{y}{d};$$

für $x > 0$:

$$\mathfrak{H}_z = \cos 2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right) - \sum_{m=1}^{\infty} 2 \cdot \frac{d}{\delta} \frac{\sin \pi m \frac{\delta}{d}}{\pi m \,|\, \alpha_m} \cdot e^{-k\,|\,\alpha_m\,|\,x} \cdot \sin 2\pi\nu t \cdot \cos 2\pi m \frac{y}{d},$$

$$\mathfrak{E}_x = -\sum_{m=1}^{\infty} 4 \cdot \frac{\sin \pi m \frac{\delta}{d}}{k\delta \,|\, \alpha_m} \cdot e^{-k\,|\,\alpha_m\,|\,x} \cdot \cos 2\pi\nu t \cdot \sin 2\pi m \frac{y}{d}, \qquad (20\,b)$$

$$\mathfrak{E}_y = \cos 2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} 2 \cdot \frac{d}{\delta} \frac{\sin \pi m \frac{\delta}{d}}{\pi m} \cdot e^{-k\,|\,\alpha_m\,|\,x} \cdot \cos 2\pi\nu t \cdot \cos 2\pi m \frac{y}{d}.$$

Es wird also diesmal von der einfallenden Welle $\cos 2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right)$ nichts reflektiert, vielmehr durchsetzt sie in voller Stärke und ganz unabhängig von dem Verhältnis $\frac{\delta}{d}$ das Gitter und tritt jenseits desselben als Beugungswelle nullter Ordnung auf. Ein reelles Spektrum fehlt vollständig. Dagegen stellt sich in unmittelbarer Nähe des Gitters wiederum das bereits oben beschriebene imaginäre Spektrum ein.

Eine ausführliche Besprechung des komplementären Falles erübrigt sich, da die in diesem Falle auftretenden Erscheinungen sich auf Grund des oben gekennzeichneten Babinetschen Prinzips regeln.

Die Lösungen (12) und (14) bzw. (18 a, b) und (20 a, b) stellen, um es nochmals zu wiederholen, erste Näherungen dar, die für die angegebenen Grenzfälle gelten; sie können aber mit Hilfe der Formeln (11) beliebig präzisiert werden, was nur einfache Quadraturen erfordert. Wir haben von der Aufstellung weiterer Näherungen abgesehen, weil sich damit am allgemeinen Charakter der Lösungen nichts ändert.

Gießen, Institut für theoretische Physik, Dezember 1928.

(Eingegangen 29. Dezember 1928.)

BESPRECHUNGEN.

Forschungshefte der Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen. Sonderheft: D. Gabor, Kathodenoszillograph. 77 S. mit Abbildungen, Berlin SW 48, Wilhelmstr. 37. 1927. M. 12.—.

Die Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen e. V. hat beschlossen, die Ergebnisse allgemeinen Charakters, die sich aus ihrer wissenschaftlich-technischen Tätigkeit ergeben, in besonderen Forschungsheften herauszugeben. Es ist das ganz besonders zu begrüßen, wenn man weiß, wieviel wertvolle Arbeit von der Studiengesellschaft im Stillen verrichtet wird, und wie sehr sie bemüht ist, den vielfachen Problemen der Hochspannungsübertragung, die z. T. noch sehr ungeklärt sind, mit allen Hilfsmitteln exakter Forschung nahezukommen.

Der Verwaltungsrat der Studiengesellschaft unter Führung von Herrn Generaldirektor Coninx und die Vereinigung der Elektrizitätswerke haben gemeinsam die Herausgabe übernommen. Die Redaktion liegt in den Händen des Vorstandes, Herrn Prof. A. Matthias, Berlin. Als erstes der Reihe erscheint ein Sonderheft, das die Arbeiten der Gesellschaft über den Kathodenoszillographen mit kalter Kathode und Innenaufnahme und seine Verwendung behandelt. Bei dem großen Interesse, das in der modernen Elektrotechnik den sehr rasch verlaufenden unperiodischen Ausgleichvorgängen entgegengebracht wird, ist die Verwendung des Kathodenoszillographen ein an vielen Stellen dringend empfundenes Bedürfnis und eine ausführliche Darstellung wird überall so erwünscht sein, daß die Wahl des Themas als eine sehr glückliche erscheinen muß.

Der Verfasser der drei Aufsätze des Heftes ist Dr. D. Gabor.

Die erste Arbeit gibt seine Doktorarbeit wieder, die 1924—26 bei Geh.-Rat Orlich in Charlottenburg durchgeführt wurde. Es werden zunächst die einzelnen Teile des Oszillographen behandelt (Vakuumanlage, Erregerspannung, Entladungsröhre, Konzentrierung des Fleckes Ablenkung, photogr. Platte, Fluoreszenzschirm usf.). Die folgenden Abschnitte behandeln das Oszillographieren von Niederspannungs- und Hochspannungswanderwellen und die damit verbundenen Fragen der Zeitablenkung, der Anfangsflecks, der Spannungsteilung und des Kipprelais. Das Kipprelais ist von Gabor angegeben worden, um durch die auftreffende Wanderwelle selbst die Zeitablenkung des Oszillographen in Tätigkeit zu setzen, für die Registrierung solcher Vorgänge, deren Beginn man nicht in der Hand hat. Es besteht im Prinzip aus zwei Verstärkerrohren mit Gleichstromrückkopplung.

Die zweite Arbeit dieses Heftes bringt die weitere Entwicklung, die der Kathodenstrahloszillograph während seiner Verwendung bei der Höchstspannungsgesellschaft erfahren hat. Da auch Prof. Rogowski 1925 einen Oszillographen seiner Bauart zur Verfügung stellte, sind seine damaligen Erfahrungen bei dieser weiteren Entwicklung mit ausgenützt worden. Diese Arbeit behandelt zunächst die Theorie des Kippvorganges und die Kippschaltungen. Ferner Vorablenkungsvorrichtungen, Spannungsteilung, Abschirmung und Erdung und die Spannungsmessung mit dem Kathodenoszillographen.

Die letzte Arbeit enthält praktische Untersuchungen mit dem Kathodenoszillographen über das Verhalten von Überspannungsschutzapparaten. Es wurden untersucht der Glimmschutz, der Widerstandsableiter, der Oxydfilmableiter und das Westinghouse-Blitzventil. Diese Apparate wurden untersucht, indem sie durch eine Funkenstrecke plötzlich an eine 1 km lange mit Gleichspannung aufgeladene Leitung geschaltet wurden, und der Spannungsverlauf am Apparat oszillographiert wurde. Die Arbeit enthält eine große Zahl interessanter Oszillogramme, die zur Beurteilung der Apparate dienen. Am besten bewährt sich der Widerstandsableiter, der entsprechend der Theorie die Spannung reduziert.

Das Heft ist all denen wärmstens zu empfehlen, die sich für den Kathodenstrahloszillographen interessieren. Es steckt eine große Menge von Arbeit und von praktischen Erfahrungen darin, die man sich zu nutze machen kann, denn der moderne Kathodenoszillograph hat sich weit von seinem Urbild, der einfachen Braunschen Röhre entfernt und stellt eine ziemlich komplizierte maschinelle Anordnung vor.

Schumann.

J. Peters, Sechsstellige Tafel der trigonometrischen Funktionen enthaltend die Werte der sechs trigonometrischen Funktionen von zehn zu zehn Bogensekunden des in 90° geteilten Quadranten und die Werte der Kotangente und Kosekante, für jede Bogensekunde von 0°0′ bis 1°20′. 4°. VIII u. 293 S. Berlin und Bonn, Ferd. Dümmler. 1929. Kart. RM. 48.—, geb. RM. 52.—.

Zum erstenmal erscheint hier eine sechsstellige Tafel der numerischen Werte der trigonometrischen Funktionen, und damit ist ein Hilfsmittel für trigonometrische Rechnungen mit der Maschine geschaffen, das bisher in vielen Fällen außerordentlich vermißt wurde. Für die Sicherheit der Zahlenwerte bürgt der Name des Autors; die typographische Ausstattung durch den Verlag ist mustergültig. A. Kopff.

Otto Sackur, Lehrbuch der Thermochemie und Thermodynamik. 2. Aufl. Von Cl. v. Simson; mit einem Geleitwort von F. Haber. Gr. 8°. XVI u. 347 S. Mit 58 Abb. im Text. Berlin, J. Springer. 1928. Geh. RM. 18.—, geb. RM. 19.40.

Die erste Auflage dieses Lehrbuches ist in dieser Zeitschrift (XV, 679, 1914) schon besprochen worden. Bei der nach 16 Jahren notwendig gewordenen zweiten Auflage ist bewußt der didaktische Grundcharakter beibehalten worden. Vor allem das zweite Kapitel über die spezifischen Wärmen und das dreizehnte über „Statistische Berechnung der Entropie und Nernstscher Wärmesatz" sind neu bearbeitet worden. Diese äußerliche Zusammenlegung der Statistik und der Thermodynamik in einem Kapitel ist vielleicht Ansichtssache; der eingenommene Standpunkt erhält allerdings dadurch einige Berechtigung, daß andrerseits in didaktisch sehr zweckmäßiger Weise die allein aus dem zweiten Hauptsatz sich ergebenden Grundlagen des dritten Hauptsatzes schon im achten Kapitel beim chemischen Gleichgewicht behandelt sind. Zu wünschen wäre, daß die strenge Thermodynamik der starken Elektrolyte, die ja heute auch den Physiker stark interessiert, nicht so kurz gestreift wäre. Auch die reine Thermochemie hätte etwas mehr in Richtung

auf die Zerlegung der meist komplexeren thermochemischen Meßdaten in atomtheoretisch interessierende Einzelenergien (z. B. Gitterenergie, Hydratationswärme der Ionen, Dissoziationswärme von gasförmigen Molekülen) ausgebaut werden können.

Wie der Verfasser des Geleitwortes hervorhebt, ist aber der ausgehende Klassizismus der physikalischen Chemie, der mit dem Übergang zur Statistik zusammenfällt, auch in der zweiten Auflage so gewahrt, daß dieses Buch bei Kenntnis der einfachsten Differentiations- und Integrationsregeln als leichtfaßliche Einführung in die Thermodynamik wohl empfohlen werden kann. E. Lange.

N. V. Sidgwick, The Electronic Theory of Valency. Gr. 8°. X und 310 S. Mit 4 Fig. Oxford, The Clarendon Press. 1927. Geb. sh. 15.—.

Vor 12 Jahren versuchten G. N. Lewis und W. Kossel die Ergebnisse der Bohrschen Atomtheorie auf das Problem der chemischen Bindung und Wertigkeit anzuwenden. Aus diesen erfolgreichen Anfängen ist heute ein stattliches und fruchtbares Gebiet der Chemie geworden, über welches das vorliegende Werk einen ausgezeichnet klar geschriebenen Überblick gibt.

In den ersten drei Kapiteln werden zunächst kurz die physikalischen Grundlagen besprochen; die neuere Entwicklung der Atomphysik, die sich an die Namen Born, Heisenberg, Jordan, Schrödinger, de Broglie knüpft, wird dabei nicht berücksichtigt, da sie, wie Verf. im Vorwort betont, noch nicht das Stadium erreicht hat, wo sie auf die hier vorliegenden Probleme erfolgreich angewandt werden kann. Es folgt dann eine Reihe von Kapiteln, in denen das Wertigkeitsproblem ausführlich abgehandelt wird. Besonders bemerkenswert ist hier die elektronentheoretische Definition der koordinativen Valenz (Nebenvalenz) und das Aufzeigen ihrer nahen Verwandtschaft mit der gewöhnlichen unpolaren Valenz (Kovalenz). Sehr einleuchtend sind weiter die Anschauungen des Verf. über die maximale Koordinationszahl und die Erklärung vieler chemischer Eigentümlichkeiten aus diesem Prinzip (Kap. 9). Kap. 12 behandelt eingehend die schönen Ergebnisse der magnetochemischen Forschung, von der Verf. noch viele wichtigen Aufschlüsse über das Valenzproblem erhofft. Im Schlußkapitel werden an Hand des periodischen Systems nochmals die Valenzverhältnisse jedes einzelnen Elementes besprochen; dieses Kapitel ist als Vorläufer eines in Aussicht genommenen Spezialwerkes gedacht.

Man darf dem Verf. dankbar sein, daß er unter den einschlägigen Arbeiten eine strenge Auswahl getroffen hat. Nach Ansicht des Referenten hätten jedoch einige Arbeiten, die eng zum Thema gehören, nicht unterdrückt werden dürfen. So vermißt man bei der Besprechung der Koordinationszahl die energetischen und geometrischen Beziehungen, die von Magnus und von Hüttig gefunden wurden. Es fehlt ferner überhaupt die Anwendung der neueren Anschauungen auf energetische Probleme, die wichtige Ergebnisse gezeitigt hat. Ich denke dabei an die Arbeiten von Fajans und von Steiger über die Energie der *C-C*- und *C-H*-Bindung, an die Arbeiten von Grimm und Herzfeld über die energetische Deutung der Valenzzahlen bei polaren Verbindungen. Schließlich sollte man in einer derartigen Monographie auch einiges über Bindungen finden, die nicht durch Elektronen bewirkt werden, nämlich die sogen. van der Waalsschen Kräfte, die die intermolekulare Bindung bei Nichtmetallmolekülen bewirken, sowie über die Dipolbindung, die zweifellos in vielen Hydraten und Ammoniakaten wirksam ist.

H. Wolff.

Franz Neumann, Gesammelte Werke. Herausgegeben von seinen Schülern. Erster Band. 4°. VIII und 428 S. Mit 136 Fig. im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1928. Geh. RM. 50.—.

Mit dem Erscheinen dieses Bandes liegen die gesammelten Werke Franz Neumann nunmehr vollständig vor. Wenn es in der Überschrift des Gesamtwerkes heißt „herausgegeben von seinen Schülern", so trifft diese Bemerkung für den vorliegenden Teil nicht mehr zu, da von den Redakteuren (Krafft-Marburg, E. R. Neumann-Marburg, Steinmetz-München, Wangerin-Halle) nur der letzte unter ihnen sich dieses Titels im genauen Sinne des Wortes rühmen kann. Dafür sind aber diesmal durch ein eigenartiges Zusammentreffen vier Generationen der Familie Neumann an der Entstehung des Bandes beteiligt, der damit in einer höheren Bedeutung seinen Untertitel durchaus mit Recht tragen darf.

Eröffnet wird der Band — und damit das gesamte Werk — durch eine Gedächtnisrede Woldemar Voigts, die den Lebensgang und das Werk Neumanns mit feinen Worten entwickelt. Darauf folgen Neumanns Veröffentlichungen aus den Jahren 1825 bis 1831, zuerst zwei rein geometrische Arbeiten von erheblichem Umfange „Über Berührung und Schneiden . . von Kreisen, von Kugeln, von geraden Kegeln mit gemeinsamem Scheitel", die ein reiches Aufgabenmaterial enthalten.

Den übrigen Teil des Bandes füllen die großen kristallographisch-mineralogischen Arbeiten: die „Beiträge zur Kristallonomie", die Promotionsschrift „De lege zonarum", sowie einige kleinere Untersuchungen, die spezielle Fragen behandeln.

In diesen Arbeiten baute Neumann das System der von seinem Lehrer Chr. Weiß begründeten Kristallographie weiter aus und übertraf nicht nur jenen durch die große Eleganz und sorgfältige Begründung seiner Entwicklungen, sondern beschränkte durch sie die Mineralogie auch wieder auf die Grenzen ihres legitimen exakt-wissenschaftlichen Gebietes, das Weiß in seinen naturphilosophischen „dynamischen" Spekulationen über den Bau der Kristalle erheblich überschritten hatte. Dies sollte man nicht vergessen, und neben dem fachlichen und didaktischen Verdienst, das an den Neumannschen Arbeiten immer wieder rühmend betont wird, auch dasjenige hervorheben, das ihnen in historisch-philosophischer Beziehung gebührt.

Es ist mit Freude zu begrüßen, daß wieder ein deutscher Klassiker der exakten Wissenschaften in so vollkommener Form erscheinen konnte; wir verdanken dies vor allem der subtilen editorischen Mühewaltung und kritischen Arbeit ihres Hauptredakteurs Prof. Dr. E. R. Neumann. Druck und Ausstattung des Werkes sind — seiner Bedeutung entsprechend — außerordentlich schön und repräsentativ; die Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft hat ihr wohlgemessenes Teil am Zustandekommen dieser würdigen Ausgabe beigetragen. Paul Hahn.

Berichtigung

zu der Arbeit „Über die Bilder im Winkelspiegel" von I. Würschmidt (diese Zeitschr. **30**, 27 ff.) ist versehentlich ein Fehler stehengeblieben. Auf S. 29, 1. Spalte, Zeile 10 von oben muß es statt:

$$\frac{180^0 + \varphi_2}{\varphi_1 - \varphi_2}, \qquad \frac{180^0 - \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2}$$

heißen.

Tagesereignisse.

Die Metallographischen Ferienkurse an der Technischen Hochschule zu Berlin unter Leitung von Prof. Dr. Ing. Hanemann finden im März ds. Js. statt.

Vom 6. bis 16. März dauert Kurs I (Technik der Metallographie, Kristallisationslehre, Zustandsschaubilder, Metallographie von Stahl, Grauguß, Temperguß, Hartguß, Kupfer, Messing, Bronze, Metallegierungen, Leichtmetalle, Grundzüge der Wärmebehandlung und Schmiedebehandlung, des Glühens, Härtens, Vergütens).

Vom 18. bis 22. März Kurs II (Röntgenspektroskopie, ternäre Zustandsschaubilder, Verfestigung und Rekristallisation, spezielle Metallographie des Stahls und Graugusses).

Die Kurse bestehen aus täglich 2 Stunden Vortrag und 4 Stunden Übungen. Die Teilnehmergebühr beträgt 175 RM. für Kurs I und 100 RM. für Kurs II. Anfragen und Anmeldungen sind zu richten an das Außeninstitut der Technischen Hochschule, Charlottenburg 2, Berliner Str. 171.

Hochschulkursus Darmstadt. Der Verein deutscher Ingenieure, der die Fortbildung der bereits in der Praxis stehenden Fachgenossen zu einer seiner wichtigsten Aufgaben rechnet und bereits wiederholt vor dem Weltkrieg sog. Hochschulkurse in Verbindung mit deutschen Technischen Hochschulen erfolgreich durchgeführt hat, wird diese Einrichtung zum ersten Male nach dem Kriege in diesem Jahr wieder aufnehmen und in der Zeit vom 2.—12. April einen Hochschulkursus zusammen mit der Technischen Hochschule in Darmstadt veranstalten. In 10 Vortragsreihen werden einige der bedeutendsten Fragen der Energieerzeugung, -fortleitung und -verwendung behandelt werden. — Für die Teilnahme an den Vorträgen ist lediglich eine gute technische oder allgemein-wissenschaftliche Vorbildung Voraussetzung. Nähere Auskunft erteilt der Verein deutscher Ingenieure, Berlin NW 7, Ingenieurhaus. An diese Stelle sind auch Anmeldungen bis spätestens 28. Februar d. J. zu richten.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Martin Rusch für Physik, an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. F. Löbell für Mathematik, an der Technischen Hochschule Berlin Dr. H. Schmehl für Geodäsie.

Ernannt: Der Privatdozent am Chemischen Institut der Tierärztlichen Hochschule Berlin Dr. A. Gluschke zum a. o. Professor ebenda, der a. o. Professor an der Universität Freiburg i. Br. Dr. Wolfgang Krull zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Erlangen, der a. o. Professor an der Technischen Hochschule München Dr. Josef Lense zum ord. Professor der angewandten Mathematik an derselben Hochschule, der Privatdozent an der Universität Berlin Dr. Karl Loewner zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität Berlin, der Privatdozent an der Universität Göttingen Dr. Alexander Ostrowski zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Basel, der Privatdozent an der Universität Göttingen Dr. Bartel Leendert van der Waerden zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Groningen, der a. o. Professor an der Universität Innsbruck Dr. Leopold Vietoris zum ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Wien.

Angebote.

Patentingenieur gesucht

Physiker oder Ingenieur, der mit dem Gebiet der Hochfrequenztechnik (Elektronenröhren u. Verstärker) vertraut ist und Erfahrungen in der Bearbeitung von Patentsachen besitzt, von der Patentabteilg. einer Berliner Firma für baldigen Antritt gesucht.

Zuschriften unter S. M. 13 an den Verlag dieser Zeitschrift.

Promovierter Physiker,

möglichst lange Zeit Assistent an Technischer Hochschule oder Universität, für Wärme-physikalische Forschungs- und Betriebsarbeiten von großem Werk gesucht.

Angebote mit ausführlichem Lebenslauf u. Bildungsgang, Zeugnisabschriften, Bild, Gehaltsansprüchen und bestimmtem Eintrittstermin unter Z. 3908 an „IHA" Annoncen-Expedition, Berlin W 9 erbeten.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.